



UNIVERSIDADE DE UBERABA

Pró-reitoria de Pesquisa, Pós-graduação e extensão

Programa de PÓS-GRADUAÇÃO em Engenharia Química

Mestrado Profissional

ISAIAS DE JESUS

**EQUAÇÕES DE LOTKA-VOLTERRA APLICADAS AO CONTROLE BIOLÓGICO
DA BROCA DA CANA-DE-AÇÚCAR**

UBERABA-MG

2018

ISAIAS DE JESUS

**EQUAÇÕES DE LOTKA-VOLTERRA APLICADAS AO CONTROLE BIOLÓGICO
DA BROCA DA CANA-DE-AÇÚCAR**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Química do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química - Mestrado Profissional da Universidade de Uberaba (PPGEQ-MP/UNIUBE).

Orientador:

Prof. Dr. André Luís Teixeira Fernandes

Coorientador:

Prof. Dr. Edilberto Pereira Teixeira

UBERABA-MG

2018

Catálogo elaborado pelo Setor de Referência da Biblioteca Central UNIUBE

J499e Jesus, Isaías de.
Equações de Lotka-Volterra aplicadas ao controle biológico da broca da cana-de-açúcar / Isaías de Jesus. – Uberaba, 2018.
80 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade de Uberaba. Programa de Mestrado em Engenharia Química, concentração: Desenvolvimento de Processos Químicos Agroindustriais.

Orientador: Prof. Dr. André Luís Teixeira Fernandes.

Coorientador: Prof. Dr. Edilberto Pereira Teixeira.

1. Broca-da-cana-de-açúcar. 2. Agentes no controle biológico de pragas. 3. Equações diferenciais. I. Fernandes, André Luís Teixeira. II. Teixeira, Edilberto Pereira. III. Universidade de Uberaba. Programa de Mestrado em Engenharia Química. IV. Título.

CDD 632.7

ISAIAS DE JESUS

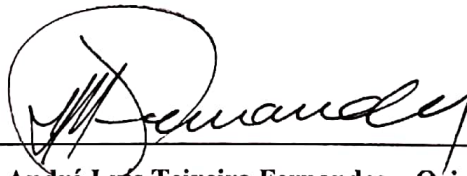
**EQUAÇÕES DE LOTKA-VOLTERRA APLICADAS AO CONTROLE BIOLÓGICO
DA BROCA DA CANA-DE-AÇÚCAR**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Química do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química - Mestrado Profissional da Universidade de Uberaba (PPGEQ-MP/UNIUBE).

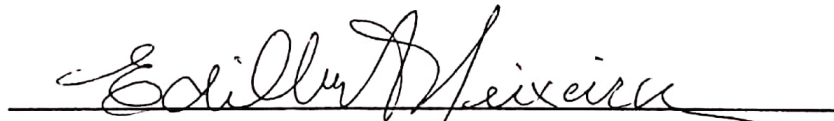
Área de Concentração: Desenvolvimento de Processos Químicos Agroindustriais

Aprovada em: 28/ 02/ 2018.

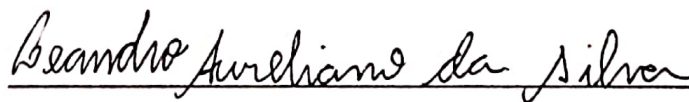
BANCA EXAMINADORA:



**Prof. Dr. André Luis Teixeira Fernandes – Orientador
Universidade de Uberaba**



**Prof. Dr. Edilberto Pereira Teixeira – Coorientador
Universidade de Uberaba**



**Prof. Dr. Leandro Aureliano da Silva
Faculdade de Talentos Humanos**

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado saúde, confiança e força para superar as dificuldades.

Ao professor José Roberto Delalibera Finzer, no pouco tempo que lhe coube, conseguiu me motivar.

Ao professor Antônio D’Almeida Júnior, pelas palavras de apoio e incentivo.

Ao professor Edilberto Pereira Teixeira, pelo acompanhamento, pela dedicação e presteza em seus atendimentos.

Ao professor André Luís Teixeira Fernandes, pelas suas correções e incentivos.

À minha esposa, Edna Pereira Graciano de Paiva, pelo amor e companheirismo.

Às minhas filhas, Fanny Beatriz Paiva de Jesus e Gabrielle Louizze Paiva de Jesus, que com sorrisos maravilhosos, tornaram-se a razão do meu esforço.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha mãe, Irene Maria de Jesus, que me deste a missão de partilhar conhecimento investindo boa parte do seu dinheiro na minha formação, no momento que mais passou dificuldade, após perda de meu pai.

RESUMO

A cana de açúcar é atacada por diversas pragas, dentre elas, a broca da cana (*Diatraea saccharalis*), que é considerada a principal. Os ataques da lagarta provocam sérios danos à cultura, diminuindo o teor de açúcar armazenado na planta e comprometendo a produtividade. Uma das maneiras de combate é o controle biológico, que utiliza agentes biológicos como a vespa *Cotesia flavipes*. Dentro deste contexto, o trabalho objetivou apresentar a interação entre as espécies utilizando as equações de Lotka-Volterra, e a simulação computacional através do software MATLAB, visando analisar a estabilidade e o controle biológico da praga de uma forma didática, para permitir o entendimento de pesquisadores de diversas áreas. A dinâmica populacional entre as espécies foi caracterizada pelo levantamento bibliográfico, que permitiu a elaboração do modelo de equações de Lotka-Volterra, validado pela simulação computacional. Neste trabalho ficou evidenciado que os parâmetros e as variáveis consideradas na simulação alteraram a dinâmica da interação e os pontos de equilíbrio. O presente estudo permitiu um conhecimento da interação entre as espécies, e dos ajustes necessários para definir uma estratégia de controle mais adequada.

Palavras-chave: Broca da cana; Dinâmica populacional; Equações diferenciais; Controle Biológico.

ABSTRACT

Sugar cane is attacked by several pests, among them, the cane drill (*Diatraea saccharalis*), which is considered the main one. The caterpillar attacks cause serious damage to the crop, reducing the sugar content stored in the plant and compromising productivity. One of the ways of fighting is biological control, which uses biological agents such as the *Cotesia flavipes* wasp. In this context, the objective of this work was to present the interaction between the species using the Lotka-Volterra equations and the computational simulation through the MATLAB software, aiming to analyze the stability and biological control of the pest in a didactic way, to allow the understanding of researchers from different areas. The population dynamics among the species was characterized by a bibliographical survey, which allowed the elaboration of the Lotka-Volterra equations model, validated by the computational simulation. In this work it was evidenced that the parameters and variables considered in the simulation altered the interaction dynamics and the equilibrium points. The present study allowed a knowledge of the interaction among the species, and the necessary adjustments to define a more adequate control strategy.

Keywords: Cane drill; Population dynamics; Differential equations; Biological control.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ciclo da broca da cana-de-açúcar	10
Figura 2. Ovos recém ovipositados de <i>Diatraea Saccharalis</i>	11
Figura 3. Ovos ao final da incubação de <i>Diatraea Saccharalis</i>	12
Figura 4. A lagarta de <i>Diatraea Saccharalis</i> de 6 ^a instar	12
Figura 5. Pupa de <i>Diatraea Saccharalis</i>	13
Figura 6. Mariposas de <i>Diatraea Saccharalis</i>	13
Figura 7. <i>Cotesia flavipes</i>	17
Figura 8. <i>Cotesia flavipes</i> ovopositando na <i>D. saccharalis</i>	18
Figura 9. Exteriorização de larvas de <i>C. flavipes</i>	18
Figura 10. Copinho com massas de <i>C. flavipes</i> abertos em campo.....	19
Figura 11. Representação simples da interação presa-predador.....	21
Figura 12. Simulação com $S = 0$ e $C = 6000$, considerando-se 300 ovos, ciclo de vida de 20 dias da <i>C. flavipes</i> e ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 53 dias.	33
Figura 13. Simulação com $S = 0$ e $C = 6000$, considerando-se 300 ovos, ciclo de vida de 24 dias da <i>C. flavipes</i> e ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 70 dias.	34
Figura 14. Simulação com $S = 2500$ e $C = 0$, considerando-se 300 ovos, ciclo de vida de 20 dias da <i>C. flavipes</i> e ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 53 dias.	35
Figura 15. Simulação com $S = 2500$ e $C = 0$, considerando-se 300 ovos, ciclo de vida de 24 dias da <i>C. flavipes</i> e ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 70 dias.	36
Figura 16. Simulação com $S = 0$ e $C = 6000$, considerando-se 600 ovos, ciclo de vida de 20 dias da <i>C. flavipes</i> e ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 53 dias.	37
Figura 17. Simulação com $S = 0$ e $C = 6000$, considerando-se 600 ovos, ciclo de vida de 24 dias da <i>C. flavipes</i> e ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 70 dias.	38

Figura 18. Simulação com $S = 2500$ e $C = 0$, considerando-se 600 ovos, ciclo de vida de 20 dias da <i>C. flavipes</i> e ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 53 dias.	39
Figura 19. Simulação com $S = 2500$ e $C = 0$, considerando-se 600 ovos, ciclo de vida de 24 dias da <i>C. flavipes</i> e ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 70 dias.	40
Figura 20. Simulação com $S = 1278$ e $C = 1248$, ciclo de vida de 20 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 53 dias e 300 ovos.	41
Figura 21. Simulação com $S = 1121$ e $C = 2676$, ciclo de vida de 20 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 53 dias e 600 ovos.	42
Figura 22. Simulação com $S = 1278$ e $C = 990$, ciclo de vida de 24 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 70 dias e 300 ovos.	43
Figura 23. Simulação com $S = 1116$ e $C = 2271$, ciclo de vida de 24 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 70 dias e 600 ovos.	44
Figura 24. Simulação para ciclo de vida de 20 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 53 dias e 300 ovos.	45
Figura 25. Simulação para ciclo de vida de 20 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 53 dias e 600 ovos.	46
Figura 26. Simulação para ciclo de vida de 24 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 70 dias e 300 ovos.	47
Figura 27. Simulação para ciclo de vida de 24 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 70 dias e 600 ovos.	48
Figura 28. Simulação para ciclo de vida de 20 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 53 dias e 300 ovos.	49
Figura 29. Simulação para ciclo de vida de 20 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 53 dias e 600 ovos.	50

Figura 30. Simulação para ciclo de vida de 24 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 70 dias e 300 ovos.....	51
Figura 31. Simulação para ciclo de vida de 24 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 70 dias e 600 ovos.....	52
Figura 32. Simulação para ciclo de vida de 20 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 53 dias e 300 ovos.....	53
Figura 33. Simulação para ciclo de vida de 20 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 53 dias e 600 ovos.....	54
Figura 34. Simulação para ciclo de vida de 24 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 70 dias e 300 ovos.....	55
Figura 35. Simulação para ciclo de vida de 24 dias da <i>C. flavipes</i> , ciclo de vida da <i>D. saccharalis</i> igual a 70 dias e 600 ovos.....	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Produtores mundiais de açúcar - USDA.....	5
Tabela 2. Perdas (%) mundiais de produção, por ano, por ataque de pragas, doenças e plantas daninhas - ANDEF (1987).	6
Tabela 3. Prejuízos causados pelas pragas	8
Tabela 4. Graus de infestação da broca da cana	15
Tabela 5. Exemplos de sucesso de controle biológico usando inimigos naturais no Brasil....	16
Tabela 6. Dados utilizados para determinar as constantes r , α , m e β das equações III e IV .	23
Tabela 7. Obtenção da taxa de sobrevivência da <i>D. saccharalis</i>	25
Tabela 8. Dados considerados para determinar o número de indivíduos gerados por fêmea da broca.....	26

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ANDEF	Associação Nacional de Defesa Vegetal
CONAB	Companhia Nacional de Abastecimento
CTC	Centro de Tecnologia Canavieira
EMBRAPA	Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária
EUA	Estados Unidos da América
FAO	Organização das Nações Unidas para Agricultura e Alimentação
FAPESP	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo
IF	Intensidade de Infestação
MIP	Manejo Integrado de Pragas
USDA	Departamento de Agricultura dos Estados Unidos
°C	grau(s) Celsius
cm	centímetros
mm	milímetros
%	por cento
R\$	reais
N	população de presas
P	população de predadores
S	população de <i>D. saccharalis</i>
S ₀	população inicial de <i>D. saccharalis</i>
C ₀	população inicial de <i>C. flavipes</i>
r	taxa de crescimento líquida da presas
m	taxa de mortalidade dos predadores
α	taxa de predação
β	fator de aproveitamento
dS/dt	Taxa de variação da população da <i>D. saccharalis</i>
dC/dt	Taxa de variação da população da <i>C. flavipes</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1	A cana-de-açúcar	4
2.1.1	Países produtores de açúcar	4
2.2	Pragas das plantas	6
2.2.1	Pragas da cana-de-açúcar.....	8
2.2.2	Broca da cana-de-açúcar.....	9
2.3	O ciclo da broca da cana-de-açúcar.....	9
2.4	Monitoramento da broca-da-cana	14
2.5	Controle biológico de pragas	15
2.5.1	Controle biológico da broca da cana-de-açúcar	15
2.5.2	Controle biológico utilizando a vespinha <i>C. flavipes</i>	16
2.6	A modelagem Matemática	19
2.6.1	Equações do Modelo de lotka-volterra	21
3	MATERIAIS E MÉTODO	23
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	27
5	CONCLUSÃO.....	58
6	REFERÊNCIAS	59

1 INTRODUÇÃO

O cultivo da cana-de-açúcar é essencial para a economia mundial. Praticamente toda a cana que o mundo produz é convertida em álcool ou açúcar e a cultura é reconhecida mundialmente por servir de matéria prima e gerar desenvolvimento (FILHO, 2014).

O Brasil é maior produtor de cana-de-açúcar do mundo. Na safra 2018/19 a área destinada à atividade sucroalcooleira, deverá atingir 8.613,6 mil hectares (CONAB, 2018). A produção poderia ser maior, se não fossem os diversos fatores que afetam a produtividade, com destaque para o ataque de pragas e doenças. Neste sentido, é necessária a ação do manejo integrado de pragas, definido pela Organização das Nações Unidas para Agricultura e Alimentação - FAO como o sistema que emprega todas as técnicas adequadas e práticas compatíveis para controlar as pragas. Uma das opções para melhorar a produtividade é conhecer as formas de manejo para controlar as pragas (FREIRE; PREGNOLATTO; WALDER, 2005). Para implementar o MIP, o primeiro passo é praticar o monitoramento da densidade populacional da espécie-alvo no campo, que é iniciado antes mesmo de iniciar o plantio, com o monitoramento de pragas de solo, examinando-se amostras de solo e posteriormente, realiza-se o tratamento das sementes.

São diversas as pragas que atacam a cultura, algumas dessas são a *Mahanarva fimbriolata*, conhecida como a cigarrinha das raízes, o *Sphenophorus levis*, conhecido como bicudo da cana e o *Migdolus fryanus*, besouro da raiz. No entanto, de todas as pragas, a mais relevante em praticamente todas as regiões do país é a *Diatraea Saccharalis*, a broca da cana-de-açúcar. A broca é considerada a praga muito importante e está distribuída em todo o Brasil (DINARDO-MIRANDA; FRACASSO; ANJOS, 2012).

Para o monitoramento da broca-da-cana, a época ideal de controle é quando a intensidade de infestação (IF) for igual ou superior a 3% (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002).

Os levantamentos para determinar a IF são realizados com a cana madura (DINARDO-MIRANDA; VASCONCELOS; LANDELL, 2008). O momento adequado para definir uma medida de controle é realizado por meio de levantamentos da quantidade de lagartas (PINTO, GARCIA, *et al.*, 2006).

A IF da broca em cana-de-açúcar é um parâmetro que estabelece a porcentagem de entrenós atacados pela broca, sendo este um indicativo das perdas ocorridas em tonelada de cana (ha) e do teor de sacarose provocado pela broca (MACEDO; LAVORENTI, 2004). Este é

um índice que permite avaliar a situação de ataque da broca no canavial e permite ao produtor desenvolver programas de controle.

Existem várias maneiras de controle da lagarta, dentre elas estão o controle cultural, o biológico e o controle químico. O controle biológico é o mais usado no Brasil, pelo fato de ser um método de controle natural e com boa performance. O método baseia-se no controle de pragas agrícolas e insetos transmissores de doenças utilizando inimigos naturais, que podem ser insetos predadores, parasitóides inofensivos ao meio ambiente e à população humana, além de fungos e bactérias. O controle biológico é a estratégia utilizada pela própria natureza para manter o equilíbrio dos ecossistemas (BASSANEZI, 2014).

No caso da broca da cana-de-açúcar, devido ao fato dela passar a maior parte do ciclo dentro do colmo, o processo do controle é dificultado por agentes químicos. Por isso, o controle biológico da broca com o uso de parasitóides é atualmente o método mais utilizado e eficaz.

A cultura da cana-de-açúcar forma um agroecossistema que abriga várias espécies de insetos-praga, dentre as que reduzem a economicidade da cultura ocasionando prejuízos econômicos significativos. A broca é considerada importante pela dimensão dos prejuízos que causa à cultura (MACEDO; ARAÚJO, 2000).

A ação da praga gera inúmeras falhas na germinação, provocando morte das gemas e perda de peso, diminuindo a pureza (PORTELA; PÁDUA; BRANCO, 2010), o aumento dos fungos (*Fusarium moniliforme* e/ou *Colletotrichum falcatum*) responsáveis pela podridão vermelha, diminui a pureza do caldo e reduz de forma expressiva a produtividade, comprometendo a qualidade do produto.

Alcançar o máximo potencial produtivo é o objetivo principal do setor sucroalcooleiro. Por essa razão, existem ferramentas disponíveis que podem entregar melhores resultados no campo. Para aumentar a produtividade e melhorar a rentabilidade, tem se utilizado diversas formas de manejo e o aprimoramento dos programas de controle (FREIRE; PREGNOLATTO; WALDER, 2005). As formas de manejo são uma alternativa para diversas culturas, sobretudo a cana-de-açúcar. A informatização e os modelos matemáticos podem otimizar a produção e entregar maior sustentabilidade ao planejamento agrícola (SILVA; BERGAMASCO, 2001).

Neste trabalho, realizou-se um estudo sobre a cana-de-açúcar, suas características peculiares e de sua importância. Foram citados os países considerados os maiores produtores no mundo, da economia de modo geral, dos fatores que influenciam na produtividade, das pragas, doenças e plantas daninhas, das perdas causadas pela broca da cana-de-açúcar que afetam a produtividade. Foi abordada a broca da cana, sua origem e distribuição geográfica, dando ênfase no ciclo biológico (fase oval até a fase adulta). Também foi estudado o

monitoramento, o nível de infestação da broca que determina o momento para aplicação do controle e dos diferentes graus de infestação. Foram abordados também métodos de controle de *D. saccharalis*, destacando-se o controle biológico da broca do colmo.

Em seguida, foi enfatizada a modelagem matemática, as suas principais características, os primeiros modelos, tratando a dinâmica populacional de espécies isoladas, que surgiram com Thomas Malthus e Pierre de Verhulst. Sobre o modelo presa-predador, que trata da dinâmica de interação entre duas espécies, foi destacada uma visão sobre o que é o modelo e como foi desenvolvido por Lotka e Volterra. Foi feita uma análise com base em dados da literatura aplicando o modelo presa-predador e as simulações computacionais numéricas.

Foi aplicada a modelagem matemática como ferramenta para formular e resolver o problema de infestação da *D. saccharalis* na cana-de-açúcar. Com a aplicação computacional, foi possível encontrar a situação de equilíbrio em diferentes cenários. O presente trabalho objetivou estudar a interação entre *D. saccharalis* e *Cotesia flavipes*, através do modelo populacional do tipo Lotka-Volterra aplicado na cultura de cana de açúcar, e através do uso de ferramenta computacional, foram realizadas simulações para verificar o cenário da interação entre as duas espécies e os ajustes necessários para buscar e definir uma estratégia de controle mais adequada.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 A cana-de-açúcar

A cana de açúcar é uma planta de formato cilíndrico (fino), possui gemas (apical e auxiliar) de onde brotam os nós, os ramos e as folhas, que são divididas em duas partes: bainha e lâmina, separadas por uma junta de lâmina, são alternadas, opostas e fixas aos nós dos colmos, que possui alta concentração de sacarose. Sua biomassa é combinada a um terço de fibras, um terço de caldo, um terço de folhas (VIEIRA, 2007).

É predominante nas regiões tropicais, onde o clima é quente e úmido, proporcionando melhores recursos para o desenvolvimento, podendo crescer até 6 metros de altura (MANTELATTO, 2005). O colmo é o fruto agrícola da cana-de-açúcar e seu diâmetro pode variar entre 1 a 5 centímetros (TAUPIER; RODRÍGUES, 1999). Os solos mais adequados para o cultivo são profundos e estruturados e, por ser uma planta rústica, desenvolve-se em solos arenosos, que são favoráveis para o escoamento de água, proporcionando par uma melhor circulação de ar e água (OLIVEIRA; SOUZA; LOBATO, 2004). Do processo de industrialização, são produzidos o açúcar, o álcool, a vinhaça e o bagaço. Devido ao acúmulo de sacarose estocado no colmo, a cana é reconhecida mundialmente, sendo a grande maioria do açúcar do mercado mundial proveniente da cultura (GARCIA, 2015).

2.1.1 Países produtores de açúcar

Em 1532, a cana-de-açúcar foi introduzida no Brasil pelo Português Martim Afonso de Sousa (FERNANDES, 1990). Em 1533, já era cultivada na Capitania de São Vicente, dando origem ao primeiro engenho de açúcar. Desde então, as indústrias se desenvolveram levando o país ao topo na produção de açúcar e álcool (SILVA; CESAR; SILVA, 2003). A cultura é cultivada em mais de 100 países. No entanto, cerca de 80% da produção mundial está concentrada em apenas dez países (CUMPRERURAL, 2018).

Segundo as estimativas do governo dos Estados Unidos, na safra 2017/2018, o Brasil, maior produtor mundial de açúcar, deve abastecer o mercado com 40,2 milhões de toneladas de cana. Para a safra 2018/19, a Índia projeta produção recorde. O Brasil deve perder a liderança na produção de açúcar, pelo fato da indústria brasileira, cada vez mais, estar direcionando maior quantidade de cana para a produção de etanol (AGRO, 2019).

A estimativa para a safra 2017/2018, considerada pelo Departamento de Agricultura dos Estados Unidos - USDA, será produzir 184,9 milhões de toneladas. Se confirmados, estes números serão cerca de 13,5 milhões de toneladas a mais que na safra 2016/2017. Índia e Tailândia devem colocar no mercado, respectivamente, 27,7 milhões e 11,2 milhões de toneladas (GLOBORURAL, 2018). A Tabela 1, consta os produtores mundiais de açúcar, sendo o Brasil o maior produtor de açúcar.

Tabela 1. Produtores mundiais de açúcar - USDA

Safra	2013/14	2014/15	2015/16	2016/17	Maio	Novembro
					2017/18	2017/18
País	Produção em milhões de toneladas					
Brasil	37,800	35,950	34,650	39,150	39,650	40,200
Índia	26,605	30,460	27,385	22,200	28,810	27,740
União Européia	16,020	18,449	14,283	16,500	18,600	20,100
Tailândia	11,333	10,793	9,743	10,033	11,230	11,230
China	14,263	11,000	9,050	9,300	10,500	10,500
Estados Unidos	7,676	7,853	8,155	8,135	7,893	8,016
Paquistão	5,630	5,164	5,265	6,140	6,025	6,525
México	6,382	6,344	6,484	6,314	6,598	6,466
Rússia	4,400	4,350	5,200	6,200	5,750	6,400
Austrália	4,380	4,700	4,900	5,100	4,800	4,800
Guatemala	2,862	2,975	2,823	2,800	2,900	2,900
Turquia	2,300	2,055	2,000	2,500	2,550	2,500
Egito	2,013	2,067	2,125	2,270	2,420	2,420
Ucrânia	1,196	1,728	1,638	2,000	2,385	2,385
Filipinas	2,500	2,150	2,135	2,500	2,300	2,380
Colômbia	2,300	2,350	2,250	2,300	2,350	2,350
Indonésia	2,300	2,100	2,025	2,050	2,200	2,200
África do Sul	2,435	2,192	1,684	1,608	1,760	2,039
Argentina	1,780	2,150	2,060	2,025	1,900	1,900
Iran	1,225	1,450	1,640	1,750	1,720	1,780
Cuba	1,650	1,850	1,625	1,850	2,000	1,700
Vietnã	1,725	1,510	1,330	1,520	1,520	1,520
Peru	1,150	1,480	1,206	1,250	1,250	1,250
Japão	0,750	0,795	0,850	0,720	0,795	0,795
Nicarágua	0,745	0,695	0,662	0,760	0,750	0,750
Outros	14,851	14,852	13,535	14,497	13,980	14,103
Total Mundial	175,871	177,462	164,703	171,472	179,636	184,949

Fonte: GLOBORURAL (2018)

Apesar da alta produção, estes valores poderiam ser mais elevados. Porém, as pragas contribuem para consideráveis perdas e, conseqüentemente, para reduções na produtividade (PARRA; BOTELHO, 2010). Uma dessas pragas, é a *Diatraea Saccharalis*, conhecida de forma popular como broca da cana, sendo considerada um dos insetos mais nocivos da cultura (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002).

2.2 Pragas das plantas

São mais de 1 milhão de espécies de insetos pelo mundo; desses, cerca de 10% são considerados pragas que de alguma forma prejudicam plantas, animais e o homem. Os insetos podem causar danos diretos ou indiretos atacando estruturas vegetais, como folhas e raízes alterando e provocando reflexos na produção, podendo também transmitir patógenos, especialmente vírus, facilitando a proliferação de bactérias e desenvolvimento de fungos (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002). Prejuízos causados por pragas, doenças e plantas daninhas são elevados e, causando perdas de 15% (centeio) até 54% (cana de açúcar), conforme Tabela 2.

Tabela 2. Perdas (%) mundiais de produção, por ano, por ataque de pragas, doenças e plantas daninhas - ANDEF (1987).

Cultura	Perdas(%)			
	Pragas	Doenças	Plantas Daninhas	Total
Trigo	5	10	10	25
Aveia	7	10	10	27
Centeio	2	3	10	15
Cevada	4	8	9	21
Arroz	28	9	10	47
Painço e sorgo	10	10	18	38
Milho	13	10	13	36
Batata	6	22	4	32
Beterraba	8	10	6	24

Cana-de-açúcar	20	19	15	54
Hortaliças	8	12	8	28
Plantas frutíferas	7	14	3	24
Videira	3	22	10	35
Café	13	17	15	45
Cacau	13	21	12	46
Chá	8	15	9	32
Fumo	10	13	8	31
Lúpulo	8	8	6	22
Oliveira	18	8	10	36
Coqueiro	12	7	9	28
Soja	5	11	13	29
Amendoim	18	11	11	40
Algodão	13	10	5	28
Linhaça	3	7	9	19
Colza	13	7	11	31
Gengerlim	13	3	10	26
Copra	15	19	10	44
Outras plantas fibrosas	5	8	10	23
Seringueira	5	15	3	25
Média	13	14	11	38

Fonte: GALLO; NAKANO; WIENDL (2002)

Pela Tabela 2, a cana-de-açúcar é a mais afetada pelo ataque de pragas, doenças e plantas daninhas, no total são 54% de perdas, sendo 20% causado por pragas. Comparando-se os danos causados por pragas, a cana-de-açúcar está atrás apenas do arroz. O Brasil, por ser um país com clima favorável, tem extensas áreas cultivadas e apresenta sérios problemas de pragas (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002). As pragas, são um problema para o setor agrícola, afetando consideravelmente as lavouras de cana-de-açúcar, trazendo prejuízos anuais de

aproximadamente R\$ 8 bilhões. A pior das pragas, a *D. saccharalis*, é responsável por mais da metade desse prejuízo, são mais de 9 milhões de hectares sujeitos a perdas (CTC, 2016). Na Tabela 3, constam os prejuízos causados pelas principais pragas da cana-de-açúcar.

O conhecimento sobre o manejo para o controle é importante para aprimorar os programas através das novas técnicas (FREIRE; PREGNOLATTO; WALDER, 2005). Neste sentido, o uso da modelagem matemática vem se destacando. Os modelos desenvolvidos em ferramentas computacionais contribuem para o controle biológico (PARRA; BOTELHO; CORRÊA-FERREIRA, 2002).

Tabela 3. Prejuízos causados pelas pragas

Praga	Prejuízo (em R\$)
Broca	4 bilhões
Cigarrinha	2 bilhões
<i>Migdolus</i>	500 milhões
<i>Sphenophorus</i>	500 milhões
Broca gigante	850 milhões

Fonte: CTC (2016)

A broca está em todos os lugares do país, o Brasil possui o clima favorável para reprodução da broca. Se o tratamento não for realizado de forma adequada, a infestação pode atingir 15% da área (CTC, 2016).

2.2.1 Pragas da cana-de-açúcar

Os insetos-praga são considerados um dos fatores que danificam a rendimento da cana de açúcar, causando diversos prejuízos quando não controlados (CANAOESTE, 2013). O *Sphenophorus levis*, conhecido popularmente como bicudo da cana, se alimenta das raízes da cana (PINTO; BOTELHO; OLIVEIRA, 2009). *Migdolus fryanus* é o besouro da raiz, também se alimenta da massa de raízes, e prejudica o brotamento das gemas (MACHADO; HABIB, 2009). A cigarrinha das raízes (*Mahanarva fimbriolata*) é um grande problema da cultura no estado de São Paulo (FAPESP, 2010). A ação da praga reduz o teor de açúcar da planta e contamina seu caldo (PANNUTI; BALDIN; GAVA, 2015). São diversas as pragas que contribuem para a redução da produtividade. No entanto, a *Diatraea Saccharalis* é a praga mais

importante e presente em diversas regiões do Brasil, provocando grandes consequências e significativas perdas ao setor agrícola. A *D. saccharalis*, causa severos danos às plantas, sobretudo em áreas com alto índice de infestação - IF (JUNIOR, 2012).

2.2.2 Broca da cana-de-açúcar

A *D. saccharalis* teve sua origem no hemisfério ocidental. Hoje é considerada uma das principais pragas da cultura canavieira com ocorrência em todo o Brasil (ALMEIDA e STINGEL, 2005). Sua distribuição geográfica fica entre 30° de latitude Norte e 30° de latitude Sul (MACEDO e BOTELHO, 1988). A espécie *D. saccharalis* também ataca outras culturas, como por exemplo as gramíneas: sorgo, milho e arroz, provocando perdas econômicas consideráveis (AGROLINK, 2006).

Os insetos-praga são insetos holometabólicos, ou seja, que passam pelas fases de ovo, larva, pupa e adulto, possuindo baixa capacidade de voar, alcançando normalmente uma extensão entre duzentos a trezentos metros, com a ajuda do vento, e podendo chegar a alcançar a setecentos metros (HAYWARD, 1943).

Na fase adulta, é uma mariposa de coloração amarelo-palha, com manchas escuras nas asas anteriores e asas posteriores brancas. Os machos apresentam menor tamanho em relação as fêmeas e maior pigmentação nas asas; também possui cerdas no último par de pernas, sendo sua longevidade de aproximadamente cinco dias. As fêmeas depositam cerca de 200 a 400 ovos, os quais possuem formato oval e achatado. Cada postura apresenta cerca de doze ovos. Para gerar mais espécies a fêmea libera uma substância biologicamente atrativa com funções de atrair o macho, assim é realizado a cópula (BOTELHO, MACEDO e PARRA, 2002).

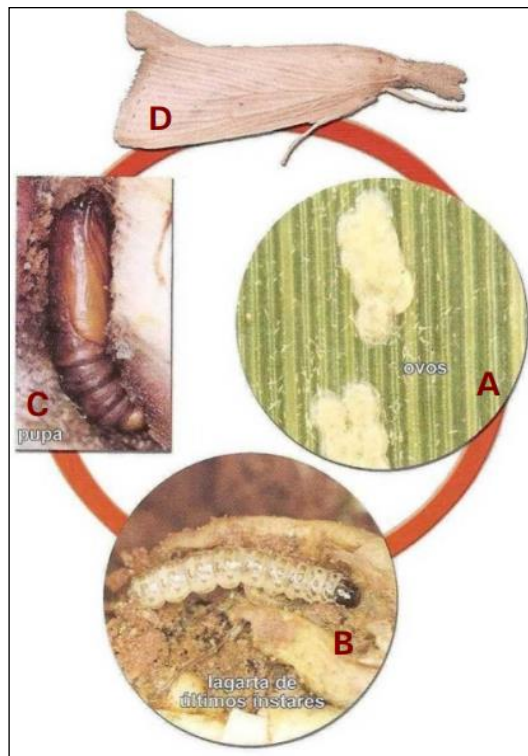
Após a eclosão (libertar-se do ovo), a lagarta segue para a região do cartucho da planta para se abrigar e procurar se alimentar através da raspagem da folha ou da casca do entrenó em formação, permanecendo ali por uma a duas semanas, sofrendo uma ou duas ecdises (troca de pele), quando se inicia a perfuração do colmo. O orifício de entrada da broca geralmente localiza-se próximo à base do entrenó, que é porção mais mole, perfurando a galeria no sentido ascendente na região do palmito da planta (BOTELHO, MACEDO e PARRA, 2002).

2.3 O ciclo da broca da cana-de-açúcar

Os ovos são amarelados e depositados em grupos, na parte inferior das folhas, uns sobre os outros; logo eclodem as lagartas (Figura 1A). As lagartas recém-nascidas raspam as

folhas, depois da primeira ecdise, e perfuram a parte mais mole do colmo (Figura 1B). Após 40, dias em média, as lagartas (bem desenvolvidas) de coloração amarelo-pálida e cabeça marrom medem cerca de 22 a 25 mm de comprimento, abrem um orifício no colmo e o cobrem com serragem e fios de seda, preparando-se para a fase de pupa (Figura 1C). O adulto é uma mariposa com asas amarelo-palha, medindo 2,5 cm de envergadura (Figura 1D).

Figura 1. Ciclo da broca da cana-de-açúcar



Fonte: EMBRAPA (2009)

Foto: Heraldo N. de Oliveira

As lagartas sofrem seis ecdises e o período larval varia muito em função da temperatura. As lagartas possuem três pares de pernas torácicas, quatro pares de falsas pernas abdominais e mais um par de falsas pernas anais. Apresentam coloração branco-leitosa, cápsula cefálica marrom-escura e linhas marrons dispostas ao longo do corpo (BOTELHO; MACEDO; PARRA, 2002).

Perto de se transformarem em pupas, as lagartas abrem orifícios para o exterior do colmo da cana, fechando-os posteriormente com fios de seda e serragem. As pupas permanecem neste local até a emergência dos adultos através dos orifícios. Embora este comportamento ocorra com maior frequência, podem-se encontrar crisálidas entre as bainhas das folhas e o

colmo. O ciclo biológico total dura de 40 a 55 dias (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002).

A temperatura é o fator climático chave, podendo interferir no meio populacional da praga, nas proles anuais e no ciclo (MELO; PARRA, 1988).

A *D. saccharalis* deposita ovos nas folhas da cana-de-açúcar, agrupados e até sobrepostos (CRUZ, 2007). Os ovos são de cor branca a amarelo e ao final da incubação atinge uma cor marrom-escura. Nas Figuras 2 e 3 constam as formas dos ovos da praga. Após atingir a cor marrom-escura, ocorre a eclosão dos ovos. Cada fêmea pode capacidade de reproduzir de 300 a 600 ovos (TERÁN; SÁNCHEZ; PRECETTI, 1988).

Figura 2. Ovos recém ovipositados de *Diatraea Saccharalis*



Fonte: CRUZ (2016)

Figura 3. Ovos ao final da incubação de *Diatraea Saccharalis*



Fonte: CRUZ (2016)

Assim que ocorre a eclosão, as lagartas já iniciam a alimentação e alcançam fases de desenvolvimento chamados de instares (CRUZ, 2008). Na Figura 4, consta uma lagarta no 6ª instar.

Figura 4. A lagarta de *Diatraea Saccharalis* de 6ª instar



Fonte: AGROLINK (2018)

A lagarta limpa e amplia um túnel no interior da cana-de-açúcar para se transformar em pupa, deixando uma camada fina de tecido de planta para posteriormente ser removido pela mariposa em sua saída (Figura 5) (SANDOVAL; SENÔ, 2010).

Figura 5. Pupa de *Diatraea Saccharalis*



Fonte: CRUZ (2010)

As fêmeas iniciam a oviposição ao final da tarde. Esse processo dura até quatro dias e a duração de vida dos adultos fica entre dois a nove dias (NASCIMENTO, 2015). A duração completa do ciclo biológico da broca depende das situações climáticas e variando de 53 a 60 dias. Na Figura 7, constam as Mariposas de *Diatraea Saccharalis* (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002).

Figura 6. Mariposas de *Diatraea Saccharalis*



Fonte: WAQUIL; MENDES; VIANA (2012)

2.4 Monitoramento da broca-da-cana

O monitoramento da população da praga, realizado por meio de levantamentos da quantidade de lagartas, serve para definir o momento certo para ser adotada uma medida de controle (PINTO; GARCIA, et al., 2006). Esse monitoramento é feito durante a fase vegetativa da cultura, até sua maturação. A estimativa de danos é realizada no momento da colheita, na frente de corte, ou na chegada da cana na usina, servindo para identificar as áreas-problema que deverão ser monitoradas na safra seguinte.

Os levantamentos para se determinar a intensidade de infestação são realizados em cana madura, durante toda a safra, nas frentes de corte ou em plataformas no pátio da indústria (DINARDO-MIRANDA; VASCONCELOS; LANDELL, 2008). Os métodos empregados pelas empresas variam ligeiramente entre si, mas, basicamente constam da coleta ao acaso de vinte colmos por hectare (FERREIRA, 2013) ou 125 colmos por talhão homogêneo (mesma variedade, idade, corte, tipo de solo) com até vinte hectares. Nesse caso os colmos são coletados em cinco pontos do talhão (25 colmos por ponto), e em cada ponto, coletam-se cinco sub-amostras de cinco colmos cada, estando separadas entre si por cinco metros (BOTELHO; MACEDO; PARRA, 2002).

Os levantamentos populacionais têm por objetivo monitorar as 24 populações da praga e orientar a adoção de medidas de controle, especialmente no que se refere à identificação dos locais e das épocas mais adequadas para o controle (DINARDO-MIRANDA; VASCONCELOS; LANDELL, 2008).

A IF da broca em cana-de-açúcar é um parâmetro que estabelece a porcentagem de entrenós atacados pela broca e este é um indicativo das perdas ocorridas em tonelada de cana (ha) e do teor de sacarose provocado pela broca (MACEDO; LAVORENTI, 2004). Este é um índice que permite avaliar a situação de ataque da broca no canavial e permite ao produtor desenvolver programas de controle.

O momento para se praticar o controle da praga pode ser realizado a partir da intensidade de infestação (IF). A IF é igual a 100 multiplicado pelo número de internódios broqueados, dividido pelo número total de internódios (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002). Os dados são obtidos após se coletar 100 colmos de cana por talhão, ao acaso, e abrindo de forma longitudinal cada colmo contando-se o número de colmos broqueados. Após contar o número total de internódios e aqueles que se encontram lesionados devido ao ataque da broca, deve se determinar IF, se $IF \geq 3\%$ (ou seja, maior ou igual a 3%) irá implicar que é época ideal de controle (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002).

Determinada a intensidade de infestação, tem-se diferentes graus de infestação (Tabela 4).

Tabela 4. Graus de infestação da broca da cana

Grau de infestação	Infestação (%)	Intensidade de infestação
Baixo	0 – 25%	0 a 5%
Moderado	25 – 50%	5 a 10%
Regular	50 – 75%	10 a 15%
Elevado	75 – 95%	15 a 25%
Muito elevado	+ de 95%	Além de 25%

Fonte: EMBRAPA (2009)

2.5 Controle biológico de pragas

Nos anos 40, século XX, acreditava-se que com uso de defensivos químicos, as lavouras estariam protegidas. Com o passar do tempo, os agricultores começaram a perceber que as infestações persistiam e, além disso, as pragas foram adquirindo maior resistência aos agrotóxicos. Antes dos anos 40, apenas sete insetos apresentavam resistências à ação dos produtos químicos. Atualmente, mais de 500 espécies são consideradas resistentes e o controle feito por processos químicos pode comprometer a cadeia dos predadores naturais, desequilibrando em favor das pragas e diminuindo a diversidade biológica. O controle biológico é estratégia utilizada pela própria natureza para manter o equilíbrio dos ecossistemas. Uma das técnicas que se usa atualmente é a introdução de insetos predadores de outros insetos (BASSANEZI, 2014).

2.5.1 Controle biológico da broca da cana-de-açúcar

Por passar maior parte do ciclo no interior do colmo (dentro da cana), a broca da cana tem seu combate dificultado por agentes químicos. Atualmente, a forma mais eficiente para combater a broca tem sido o controle biológico, utilizando-se propositadamente insetos predadores que devem ser espalhados no canavial (BASSANEZI, 2014).

Embora no Brasil a introdução de inimigos naturais tenha se iniciado em 1921, com a *Prospaltela berlesi* (*Aphelinidade*), proveniente dos EUA e utilizada para controlar a

cochonilha-branca-do-pessegueiro, foi apenas nos últimos anos que se registraram grandes avanços na área. No Brasil, são vários os exemplos de sucesso de controle, conforme Tabela 5 (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002).

Tabela 5. Exemplos de sucesso de controle biológico usando inimigos naturais no Brasil

Cultura	Inimigos Naturais	Origem	Ano (introdução)	Praga Visada
Cana-de-açúcar	<i>Cotesia flavipes</i>	Introduzido	1974	<i>D. saccharalis</i>
Soja	<i>Trissolcus basalís</i>	Nativo	_____	<i>Percevejos</i>
Tomate industrial	<i>Trichogramma pretiossum</i>	Introduzido	Década de 90	<i>Tuta absoluta</i>
Trigo	<i>Microimenópteros</i>	Introduzido	Década de 70	<i>Pulgões</i>
Pastagens	<i>Neodusmetia sangwani</i>	Introduzido	Década de 60	<i>Antonina graminis</i>
Florestas	<i>Podisus nigrispinus</i>	Nativo	_____	<i>Lagartas desfolhadoras</i>

Fonte: GALLO; NAKANO; WIENDL (2002)

No Brasil, o controle dos inimigos naturais da cana-de-açúcar tem sido feito com a utilização da *Cotesia* aqui introduzida desde 1974 (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002). Em 1974, a vespa foi introduzida no Brasil para ser empregada no controle de lagartas de *D. saccharalis* (PARRA; BOTELHO; CORRÊA-FERREIRA, 2002).

Os parasitoides larvais são os mais utilizados no Brasil e no mundo, especialmente a vespinha *C. flavipes*, em liberações inundativas, ou seja, liberações de grandes quantidades, visando a interromper o crescimento populacional da praga (BOTELHO; MACEDO; PARRA, 2002).

2.5.2 Controle biológico utilizando a vespinha *C. flavipes*

O controle biológico da broca-da-cana, a partir de liberações inundativas de *C. flavipes*, é o método mais utilizado no Brasil. A liberação dessa vespinha (Figura 7) é feita em uma única vez ou de forma parcelada sempre que a população atingir 800 a 1.000 lagartas (maiores do que 1,5 cm) por hectare ou o mínimo de 10 lagartas por hora homem de coleta. Nesse último método, a amostragem é realizada por pessoas treinadas que andam aleatoriamente pela área, abrindo canas e coletando lagartas da praga; no primeiro, num

esquema de caminhamento planejado pelo talhão (FERREIRA, 2013).

As vespinhas devem ser transportadas ao campo com muito cuidado, pois não podem ficar expostas ao sol, nem sofrer variações bruscas de temperatura. As pupas com adultos prestes a emergirem sobrevivem até uma hora em temperaturas de 40°C (ANCHESCHI; CANINI; PINTO, 2009).

A vespa *C. flavipes* (Figura 7) é considerada um endoparasitoide gregário, pois a fêmea é capaz de colocar muitos indivíduos dentro do mesmo hospedeiro (HENRIQUES, 2007).

Figura 7. *Cotesia flavipes*



Fonte: WASPWEB (2018)

A vespa oviposita no interior da lagarta (Figura 8) (PARRA; BOTELHO; CORRÊA-FERREIRA, 2002). O número de ovos colocados é variável, fica em torno de 50 a 65 (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002). Após o processo de oviposição, vem a eclosão das larvas, que devoram o interior da lagarta, expandindo o sistema circulatório que passa por três instares, de doze a quatorze dias até se externar (PARRA; BOTELHO; CORRÊA-FERREIRA, 2002), conforme a Figura 9. Durante o processo da exteriorização das larvas, ocorre a perfuração da estrutura que envolve o corpo da lagarta e em seguida a sua morte (MACEDO; ARAÚJO, 2000).

Figura 8. *Cotesia flavipes* ovopositando na *D. saccharalis*



Fonte: FILHO; MACEDO; TOKESHI (1994)

Figura 9. Exteriorização de larvas de *C. flavipes*



Fonte: GARCIA (2016)

A *C. flavipes* é distribuída em copos plásticos que contém cada um, 30 massas de pupas, com quase 1.500 parasitoides (Figura 10). Por serem considerados muito frágeis, as pupas são mantidas em temperatura de 27°C e umidade relativa (UR) de 80% até a manifestação dos parasitoides. Para a liberação no campo, é preciso aguardar o acasalamento das vespinhas, sendo recomendada a soltura das vespas 12 horas após o início da emergência dos parasitoides (PINTO; GARCIA, et al., 2006).

Figura 10. Copinho com massas de *C. flavipes* abertos em campo.



Fonte: GARCIA (2016)

O custo para implementação do controle biológico por meio da *C. flavipes* é considerado acessível e gera mínimos impactos ambientais e ainda protege a cultura (VOLPE, 2009). O maior benefício na utilização deste controle são o baixo custo e a eficiência (PARRA; BOTELHO; CORRÊA-FERREIRA, 2002).

2.6 A modelagem Matemática

A modelagem matemática é o processo utilizado para transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, buscando soluções para interpretar na linguagem do mundo real (BASSANEZI, 2014).

Os modelos matemáticos são ferramentas utilizadas em várias áreas do conhecimento científico, por exemplo, são importantes para o estudo da dinâmica das populações. Como ferramenta importante e necessária, na agroindústria permite uma melhor interpretação do fenômeno estudado, contribuindo com conceitos e técnicas no processo de investigação proporcionando uma avaliação quantitativa e qualitativa visando o controle e pragas. A modelagem é uma ferramenta científica para representar um sistema que pode ser complexo ou não (CORRÊA; DOURADO-NETO; LORENCONI, 2011). Os modelos matemáticos podem ler de forma antecipada a real situação das infestações de pragas em lavouras (HOPPENSTEADT; PESKIN, 1992). Por isso, a modelagem tem sido aplicada há anos buscando descrever a dinâmica das populações.

Existem diversos estudos conduzidos no intuito de proporcionar aplicações do modelo de dinâmica populacional. Fibonacci, em 1202, modelou o crescimento de coelhos utilizando

seqüências de números inteiros (HOPPENSTEADT, 1975). O primeiro importante estudo sobre crescimento populacional foi de Thomas Robert Malthus, em 1798. Malthus propôs em um modelo para previsão do crescimento populacional, o modelo malthusiano baseia-se na equação diferencial (MAGALHÃES; LEITE, 2012). O estudo previa o aumento populacional e a relação com os meios para a sobrevivência, caso não fosse controlada (MALTHUS, 1798). Em seus primeiros ensaios, descreveu o poder de reprodução do homem, que crescia a uma razão geométrica superando a capacidade da terra de produzir meios necessários à conservação da vida, para o sustento do homem (MALTHUS, 1798).

Com o desenvolvimento da modelagem matemática, vieram vários outros modelos, sendo os mais recentes o modelo de Gompertz, que utiliza uma taxa de inibição da variável de estado proporcional ao logaritmo desta variável, onde a taxa de crescimento aumenta muito inicialmente, e varia rapidamente seu comportamento para um crescimento de forma lenta. O modelo é conhecido pelo problema de Cauchy (equação diferencial com condição inicial).

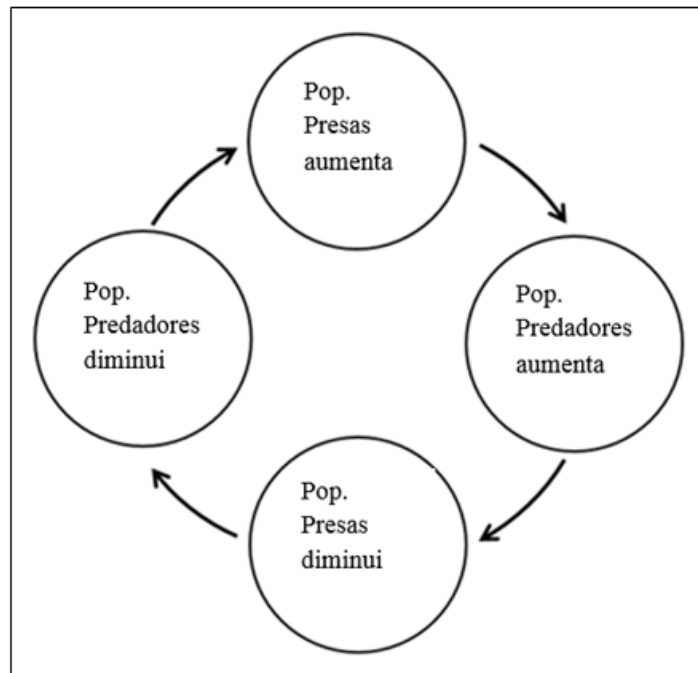
Bassanesi (2014) descreveu o modelo predador-presa com o fator pesca. Utilizou também o modelo de Holling-Tanner, que faz considerações sobre o efeito predação não estabelecidas no modelo clássico de Lotka-Volterra. Vespa X Broca.

Em razão da preocupação com as delimitações dos recursos por conta do aumento populacional, Pierre Verhulst, em 1838 buscou um modelo que descrevesse a equação do crescimento populacional combinado com as restrições, revelado como o modelo de Verhulst (VERHULST, 1838).

Modelos que tratam da interação entre duas espécies são classificados como presa-predador se uma população diminui e a outra aumenta (BASSANESI, 2013). Neste contexto, a interação entre *D. saccharalis* e *C. flavipes* é considerada presa-predador.

Os modelos matemáticos de predação tiveram a origem com Lotka em 1925, Volterra em 1926, que propuseram um modelo posteriormente denominado modelo de Lotka-Volterra, utilizado para descrever a dinâmica de sistemas do tipo predador-presa, onde uma das espécies é predadora da outra, a presa, que se alimenta de outro tipo de alimento. A formulação matemática do modelo é composta do modelo malthusiano e da lei de ação e da interação entre espécies, que tem sido ponto de partida para o incremento de novas técnicas e teorias matemáticas, que trata da interação entre duas espécies, em que a presa dispõe de grande quantidade de alimento, e outra, predador, tem como suprimento apenas a população de presas (BASSANEZI, 2014). Na Figura 11, observa-se que se a população de predadores aumenta, a quantidade de presas diminui, diminuindo-se o número de presas, faltando alimento para os predadores. Com isso, essa população irá diminuir, reduzindo-se a quantidade de predadores.

Figura 11. Representação simples da interação presa-predador



Admitindo-se que durante o processo, num intervalo de tempo Δt , o meio não deve favorecer alguma das espécies. Dessa forma, apresenta que as variações do número de presas, é igual ao aumento natural de presas subtraído pela destruição causada pelos predadores. E as variações do número de predadores, é igual a menos a morte na ausência de presas somado aumento causado pela alimentação disponível (BASSANEZI, 2014).

O uso das ferramentas computacionais para descrição dos modelos matemáticos pode diminuir riscos ambientais, os custos de produção e otimizar o planejamento agrícola (GASPARIN, 2018). Os modelos de simulação predador-presa, desenvolvidos através de ferramentas computacionais motiva a utilização do controle biológico (PARRA; BOTELHO; CORRÊA-FERREIRA, 2002).

2.6.1 Equações do Modelo de lotka-volterra

Em 1920, através de Lotka e Volterra, a dinâmica populacional obteve um novo destaque, a representação da interação entre duas espécies do tipo presa-predador foi utilizado em agroecossistemas (LOTKA, 1925) e (VOLTERRA, 1926). No modelo que eles descreveram, a presa dispõe de muito alimento, que cresce de forma exponencial na falta de

predadores. A espécie predadora que se alimenta da presa tem sua população diminuída exponencialmente na ausência presas, ou seja, na falta de alimentos. O modelo tipo presa-predador, denominado Lotka-Volterra, é descrito na forma das equações I e II.

$$\frac{dN}{dt} = aN - \alpha NP \text{-----} \text{ (I)}$$

$$\frac{dP}{dt} = -bP + \beta NP \text{-----} \text{ (II)}$$

Em que:

- N e P correspondem às populações de presas (N) e de predadores (P)
- a é a taxa de crescimento líquida das presas (morte – nascimento)
- b é a taxa de mortalidade dos predadores
- α corresponde a taxa de predação
- β corresponde ao fator de aproveitamento (taxa de presas mortas por predadores)

3 MATERIAIS E MÉTODOS

As equações III e IV representam o modelo que descreve a presa tendo a sua disposição alimentos em grande quantidade, e sua população é aumentada de forma exponencial na ausência de predadores. Já a população de predadores tem a sua população diminuída exponencialmente na ausência de alimentos. Em resumo, quando a população das presas cai, o número de predadores também cai. O aumento da população de presas causa crescimento da população de predadores. A população de predadores decresce, causando o aumento do número de presas. O aumento populacional de predadores faz reduzir a população de presas.

$$\frac{dS}{dt} = rS - \alpha SC \text{-----} \text{ (III)}$$

$$\frac{dC}{dt} = -mC + \beta SC \text{-----} \text{ (IV)}$$

Em que:

- S corresponde a população de *D. saccharalis*
- C é a população de *C. flavipes*
- r é a taxa de crescimento líquida da *D. saccharalis*
- m é a taxa de mortalidade da *C. flavipes*
- α corresponde a taxa de predação
- β representa o fator de aproveitamento (taxa de *D. saccharalis* mortas por *C. flavipes*)

Para determinar os parâmetros do modelo, dado pelas equações III e IV, que descrevem a interação entre de *D. saccharalis* e *C. flavipes*, foram considerados os dados encontrados na literatura conforme Tabela 6.

Tabela 6. Dados utilizados para determinar as constantes r , α , m e β das equações III e IV

Parâmetro	Valor	Unidade	Bibliografia (fonte)
-----------	-------	---------	----------------------

Ciclo de vida (<i>C. flavipes</i>)	20	dias	(PINTO, GARCIA, <i>et al.</i> , 2006)
	24	dias	(LV, WILSON e BEUZELIN, 2011)
Prole/Fêmea (Indivíduos gerados por fêmea de <i>C. flavipes</i>)	28	indivíduos	(LV, WILSON e BEUZELIN, 2011)
Razão sexual (<i>C. flavipes</i>)	32	%	(LV, WILSON e BEUZELIN, 2011)
Taxa de sobrevivência (<i>C. flavipes</i>)		%	
Ciclo de vida da (<i>D. saccharalis</i>)	53 a 60	dias	(GALLO, NAKANO e WIENDL, 2002)
	70	dias	(DINARDO-MIRANDA, VASCONCELOS e LANDELL, 2008)
	66	dias	(BOTELHO, 1985)
Prole/Fêmea (Indivíduos gerados por fêmea de <i>D. saccharalis</i>)	63	indivíduos	(DINARDO-MIRANDA, VASCONCELOS e LANDELL, 2008)
Razão sexual (<i>D. saccharalis</i>)	50	%	(LOPES, CRUZ e FIGUEIREDO, 2015)
Taxa de sobrevivência (<i>D. saccharalis</i>)		%	
Taxa de captura (parasitismo)	40	%	(WIEDENMANN e SMITH, 1993)

Para determinar o número de Prole/Fêmea da *D. saccharalis* utilizaram-se as Tabelas 7 e 8.

Para o ciclo de vida da *D. saccharalis*, foi considerada a média entre os dados 53 dias (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002) e 70 dias (DINARDO-MIRANDA; VASCONCELOS; LANDELL, 2008). E para o ciclo de vida da *C. flavipes*, foi escolhido 20 dias (PINTO, GARCIA, *et al.*, 2006) e 24 dias (LV; WILSON; BEUZELIN, 2011).

São poucos os trabalhos que descrevem a taxa de sobrevivência desses insetos. As taxas de mortalidade da *D. saccharalis* na fase de ovo são de 70%, lagarta de 90% e pupa 35% (AMBROSANO; STIMAC; NETO, 1996).

Por esse motivo, para encontrar a taxa de sobrevivência da *D. saccharalis*, elaborou-se uma tabela (Tabela 7) considerando-se 300 e 600 ovos, aplicando-se as taxas de sobrevivência que são de 30%, 10% e 65% nas suas respectivas fases, levando em conta a razão sexual da *D. saccharalis*, ou seja 50%. Assim, obteve-se a razão com o número de Prole/Fêmea (Indivíduos gerados por fêmea de *D. saccharalis*) fêmea, 50% de 63, pois somente a fêmea pode reproduzir. Na Tabela 7 está representado o cálculo da taxa de sobrevivência da *D. saccharalis*.

Tabela 7. Obtenção da taxa de sobrevivência da *D. saccharalis*

Nº de ovos	Fase do ovo	Lagarta	Pupa	Razão sexual	Taxa de sobrevivência
300	$300 * 0,3 = 90$	$90 * 0,1 = 9$	$9 * 0,65 = 5,85$	2,925	$2,925 / 31,5 = 0,0929$
600	$600 * 0,3 = 180$	$180 * 0,1 = 18$	$18 * 0,65 = 11,7$	5,85	$5,85 / 31,5 = 0,1857$

Para 300 ovos, a taxa de sobrevivência encontrada para *D. saccharalis* foi de 9,29%. A *C. flavipes* é um inseto considerado mais frágil que a broca, por ser menos resistentes ao meio, considerou-se a taxa de sobrevivência de 4,65%. Para 600 ovos, a taxa de sobrevivência encontrada para *D. saccharalis* foi de 18,57%; considerou-se para *C. flavipes* a taxa de sobrevivência de 9,29%.

Durante o ciclo de vida de uma fêmea de *D. saccharalis*, é possível que a mesma deposite uma quantidade de 300 a 600 ovos (DINARDO-MIRANDA, VASCONCELOS e LANDELL, 2008), sendo 87% destes viáveis (ARRIGONI, 1989) e, segundo Dinardo-Miranda (2008), 80% dos ovos sofrem controle natural. 20% das lagartas recém-eclodidas também sofrem controle natural (BOTELHO, MACEDO e PARRA, 2002). Esses dados foram considerados para determinar o número de indivíduos gerados por fêmea da praga (Tabela 8).

Tabela 8. Dados considerados para determinar o número de indivíduos gerados por fêmea da broca

Referências	Número de ovos	Indivíduos gerados por fêmea: [[0,87* N° de ovos]*0,2]*0,8
300 a 600 ovos (PINTO; BOTELHO; OLIVEIRA, 2009)		
87% dos ovos são viáveis (ARRIGONI, 1989)	300	$0,87*300*0,2*0,8 = 41,76 \cong 42$
80% controle natural dos ovos (DINARDO-MIRANDA; VASCONCELOS; LANDELL, 2008)	600	$0,87*600*0,2*0,8 = 83,52 \cong 84$
20% controle natural de lagartas recém-eclodidas (BOTELHO; MACEDO; PARRA, 2002)		

O modelo Lotka-Volterra não delimita uma área de atuação. No entanto, as variáveis S e C foram configuradas por alguns pesquisadores. Uma população de 6 mil indivíduos de *C. flavipes* é capaz de controlar 2,5 mil indivíduos de *D. saccharalis* por hectare (ARAÚJO; BOTELHO, et al., 1984).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para obter os parâmetros e elaborar as equações que representam a dinâmica populacional, inicialmente considerou-se a Tabela 8. Assim, foram elaborados dois sistemas de equações, o primeiro foi considerado 300 ovos de *D. saccharalis*, outro com 600 ovos. E foram considerados também, o menor e o maior ciclo de vida, conforme Tabela 6. Inicialmente, trabalhou-se com 20 dias para o ciclo de vida da *C. flavipes* e 53 dias para o ciclo de vida da *D. saccharalis*. Em outro momento, considerou-se o ciclo de vida de 24 dias para a presa e 70 dias para a praga.

Para cada número de ovos considerado e ciclo de vida, foram obtido parâmetros diferentes. Buscou-se dessa forma, uma melhor precisão, trabalhando-se apenas com os valores extremos.

Retirando-se a *C. flavipes* da equação III, determinou-se a taxa r

$$\frac{dS}{dt} = rS \text{----- (V)}$$

Para 300 ovos, pode-se ter 42 indivíduos gerados por fêmea. Segundo Nakano et. al. (2002), a praga leva 53 dias (Ciclo de vida da *D. saccharalis*) para multiplicar a população, com a taxa de razão sexual de 50%. Portanto, são gerados em 21 indivíduos fêmea (42.0,5), assim, consideraram-se 21 indivíduos.

Resolvendo-se a equação V, e assumindo-se a taxa de sobrevivência de 9,29% tem-se:

$$\ln S = rt + c \text{----- (VI)}$$

$$S(t) = e^{rt+c} \text{----- (VII)}$$

$$S(t) = S_0 e^{rt} \text{----- (VIII)}$$

$S(t)$ é igual a 21 (número de fêmeas) multiplicado por 0,0929 (taxa de sobrevivência) e pelo número de fêmeas inicial (S_0):

$$S(t) = 21.0,0929.S_0 \text{----- (IX)}$$

$$21 \cdot 0,0929 \cdot S_0 = S_0 e^{r53} \text{----- (X)}$$

$$r = 0,0126$$

A taxa de captura (α) foi determinada considerando-se que 6.000 indivíduos de *C. flavipes* foram capazes de diminuir, em 19 dias ($T_1 = 19$), a população da praga em 40% ($f = 0,4$), sendo calculado realizando-se a soma $-\ln f + r \cdot T_1$ e dividindo por $C \cdot T_1$. (RODERO, 2016).

$$\alpha = \frac{-\ln f + r T_1}{C T_1} \text{----- (XI)}$$

$$\alpha = \frac{-\ln 0,4 + 0,0126 \cdot 19}{6000 \cdot 19}$$

$$\alpha = 0,0000101$$

Para a taxa de mortalidade da *Cotesia*, foi considerado que, após 20 dias (PINTO; GARCIA, et al., 2006), o número inicial de $C(t)$ reduziu para 0,0465 ($C(t) = 0,0465 \cdot C_0$). Admitindo-se que não exista a possibilidade de, no período, aparecerem novos indivíduos, da equação IV, temos:

$$\frac{dC}{dt} = -mC \text{----- (XII)}$$

$$\frac{dC}{C} = -m dt \text{----- (XIII)}$$

$$\ln C = -mt + c \text{----- (XIV)}$$

$$C(t) = e^{-mt+c} \text{----- (XV)}$$

$$C(t) = C_0 e^{-mt} \text{----- (XVI)}$$

Como $C(t) = 0,0465 \cdot C_0$ então:

$$0,0465C_0 = C_0 e^{-m \cdot 20} \text{----- (XVII)}$$

$$m = 0,1534$$

A taxa β foi determinada utilizando-se a taxa de razão sexual da *C. flavipes*, que é 32%. Assim, a fêmea representou 68% da população e o número de indivíduos gerados por fêmea, 28. Levando-se em consideração que a população da broca permaneceu constante e inalterada, até esse instante, (S_0) e ainda $S_0 = 2500$, então:

$$\frac{dC}{dt} = -mC + \beta S_0 C \text{----- (XVIII)}$$

$$\frac{dC}{dt} = C(-m + \beta S_0) \text{----- (XIX)}$$

$$\frac{dC}{C} = (-m + \beta S_0) dt \text{----- (XX)}$$

$$\ln C = (-m + \beta S_0)t + c \text{----- (XXI)}$$

$$C(t) = e^{(-m + \beta S_0)t + c} \text{----- (XXII)}$$

$$C(t) = C_0 e^{(-m + \beta S_0)t} \text{----- (XXIII)}$$

Como $C(t) = 0,68 \cdot (28) \cdot C_0$ e ainda $C(20) = C_0 e^{(-0,1534 + \beta \cdot 2500) \cdot 20}$ então:

$$0,68 \cdot (28) \cdot C_0 = C_0 e^{(-0,1534 + \beta \cdot 2500) \cdot 20} \text{----- (XXIV)}$$

$$19,04C_0 = C_0 e^{(-3,068 + \beta \cdot 50000)} \text{----- (XXV)}$$

$$\beta = 0,00012$$

Com a obtenção dos parâmetros citados, as equações que representam a dinâmica populacional entre a *D. saccharalis* e a *C. flavipes*, considerando-se inicialmente 300 ovos, ficam:

$$\frac{dS}{dt} = (0,0126)S - (0,0000101) SC \text{----- (XXVI)}$$

$$\frac{dC}{dt} = -(0,1534)C + (0,00012) SC \text{----- (XXVII)}$$

A solução do sistema a seguir, composto pelas equações XXVI e XXVII gera os pontos de equilíbrio $(0, 0)$ e $\left(\frac{m}{\beta}, \frac{r}{\alpha}\right)$.

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = (0,0126)S - (0,0000101)SC \\ \frac{dC}{dt} = -(0,1534)C + (0,00012) SC \end{cases}$$

Se $S = 0$ e $C = 0$, temos o ponto de equilíbrio e este é instável e do tipo sela e o ponto $\left(\frac{m}{\beta}, \frac{r}{\alpha}\right)$ é instável do tipo centro (SOBRINHO; OLIVEIRA, et al., 2010).

O período de oscilação, que indica o tempo em dias para completar um ciclo de interação é dado por (BESSA, 2011):

$$T = \frac{2\pi}{f} \text{----- (XXVIII)}$$

Onde f , a frequência das oscilações dada por:

$$f = \sqrt{m * r} \text{----- (XXIX)}$$

Foi feito o mesmo procedimento com 600 ovos. Neste caso, considerou-se a taxa de sobrevivência para *D. saccharalis* de 18,57% e para *C. flavipes* 9,29%, quando foram gerados 42 indivíduos fêmea (84.0,5).

Assim, para o ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes* (PINTO, GARCIA, et al., 2006), e ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002), obteve-se:

Para 300 ovos:

$$\frac{dS}{dt} = (0,0126)S - (0,0000101)SC \text{-----(XXX)}$$

$$\frac{dC}{dt} = -(0,1534)C + (0,00012) SC \text{-----(XXXI)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = (0,0126)S - (0,0000101)SC \\ \frac{dC}{dt} = -(0,1534)C + (0,00012) SC \end{array} \right.$$

Com os pontos de equilíbrio sendo (0, 0) e (1278, 1248), onde o período de oscilação T é de aproximadamente 143 dias (de acordo com as equações XXVIII e XXIX).

Para 600 ovos:

$$\frac{dS}{dt} = (0,0388)S - (0,0000145)SC \text{-----(XXXII)}$$

$$\frac{dC}{dt} = -(0,1188)C + (0,000106) SC \text{-----(XXXIII)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = (0,0388)S - (0,0000145)SC \\ \frac{dC}{dt} = -(0,1188)C + (0,000106) SC \end{array} \right.$$

As coordenadas dos pontos de equilíbrio são (0, 0) e (1121, 2676), e o período de oscilação 93 dias.

Também foi feito todo procedimento para o ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes* (LV et al. 2011) e ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 70 dias (DINARDO-MIRANDA, VASCONCELOS e LANDELL, 2008), obtendo-se:

Para 300 ovos:

$$\frac{dS}{dt} = (0,0095)S - (0,0000096)SC \text{-----(XXXIV)}$$

$$\frac{dC}{dt} = -(0,1278)C + (0,0001) SC \text{-----(XXXV)}$$

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = (0,0095)S - (0,0000096)SC \\ \frac{dC}{dt} = -(0,1278)C + (0,0001)SC \end{cases}$$

A solução do sistema gerou os pontos de equilíbrio $(0, 0)$ e $(\frac{m}{\beta}, \frac{r}{\alpha})$.

Pontos de equilíbrio $(0, 0)$ e $(1278, 990)$, e período de oscilação de aproximadamente 180 dias.

Para 600 ovos:

$$\frac{dS}{dt} = (0,0293)S - (0,0000129)SC \text{-----(XXXVI)}$$

$$\frac{dC}{dt} = -(0,099)C + (0,0000887)SC \text{-----(XXXVII)}$$

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = (0,0293)S - (0,0000129)SC \\ \frac{dC}{dt} = -(0,099)C + (0,0000887)SC \end{cases}$$

As coordenadas dos pontos de equilíbrio são $(0, 0)$ e $(1116, 2271)$, e o período de oscilação 117 dias.

Depois da obtenção dos parâmetros das equações e dos sistemas de equações diferenciais, foram realizadas as simulações na ferramenta MATLAB, para descrever o modelo presa-predador através da dinâmica populacional entre a *D. saccharalis* e a *C. flavipes*.

Para verificar as características intrínsecas do modelo, foram simulados dois cenários, um considerando 0 (zero) *D. Saccharalis* indicando por S, e 6000 *C. flavipes* indicado por C. O outro cenário, foi considerando 2500 *D. saccharalis* e zero *C. flavipes*.

A simulação para o ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes* (PINTO; GARCIA, et al., 2006), e ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias (GALLO; NAKANO; WIENDL, 2002), considerando-se 300 ovos, obteve-se as Figuras de 12 a 14; para 600 ovos, as Figuras de 16 a 18. Nas Figuras de 13 a 15 constam as simulações para o ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes* (LV et al., 2011) e ciclo de vida da *D. saccharalis* de 70 dias (DINARDO-MIRANDA;

VASCONCELOS; LANDELL, 2008), considerando-se também 300 ovos. Nas Figuras de 17 a 19, consideraram-se 600 ovos.

Notou-se nas Figuras 12, 13, 16 e 17 que, na ausência de pragas (*D. Saccharalis*), a população de presas (*C. flavipes*) morre de forma exponencial.

Figura 12. Simulação com $S = 0$ e $C = 6000$, considerando-se 300 ovos, ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes* e ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias.

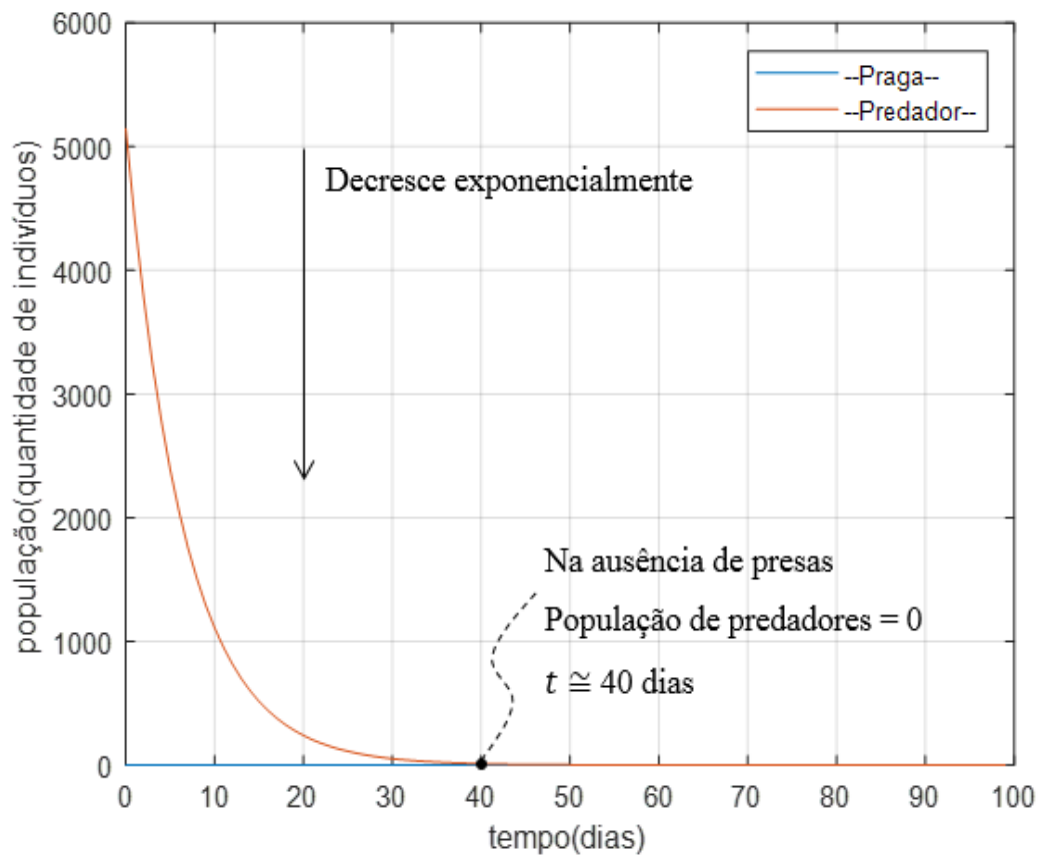
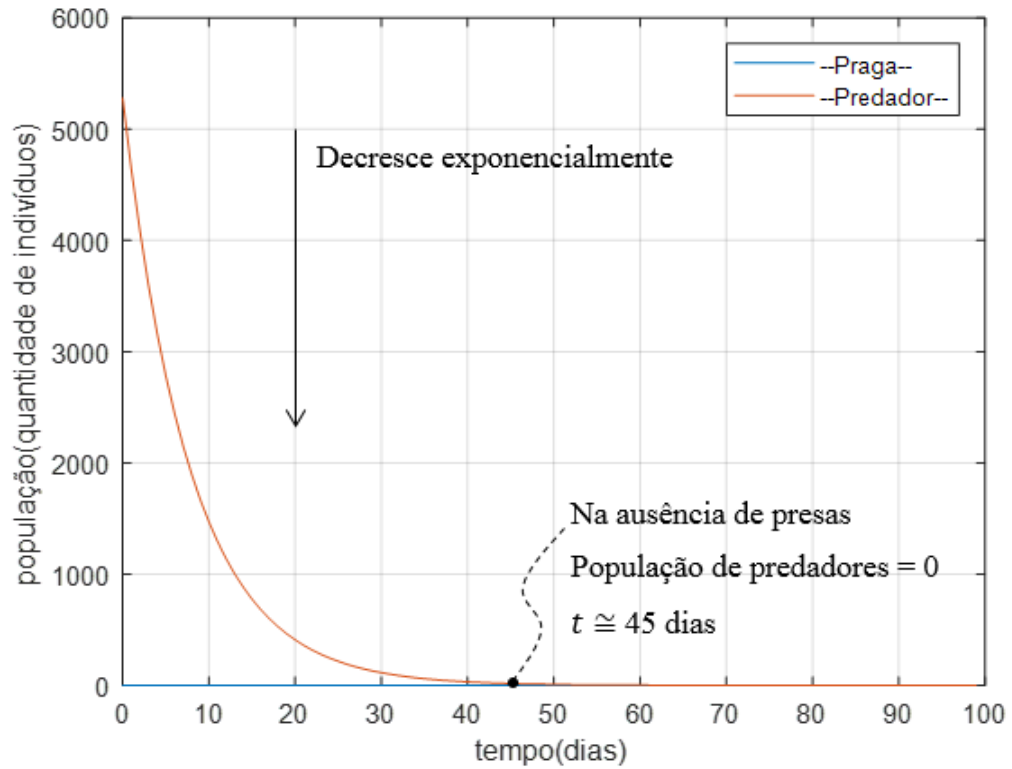


Figura 13. Simulação com $S = 0$ e $C = 6000$, considerando-se 300 ovos, ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes* e ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 70 dias.



Nas Figuras 14, 15, 18 e 19 verificou-se que, na ausência de presas (*C. flavipes*), a população de pragas (*D. Saccharalis*) cresce exponencialmente.

Assim, foi demonstrado através das simulações que as características intrínsecas do modelo estão presentes.

Figura 14. Simulação com $S = 2500$ e $C = 0$, considerando-se 300 ovos, ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes* e ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias.

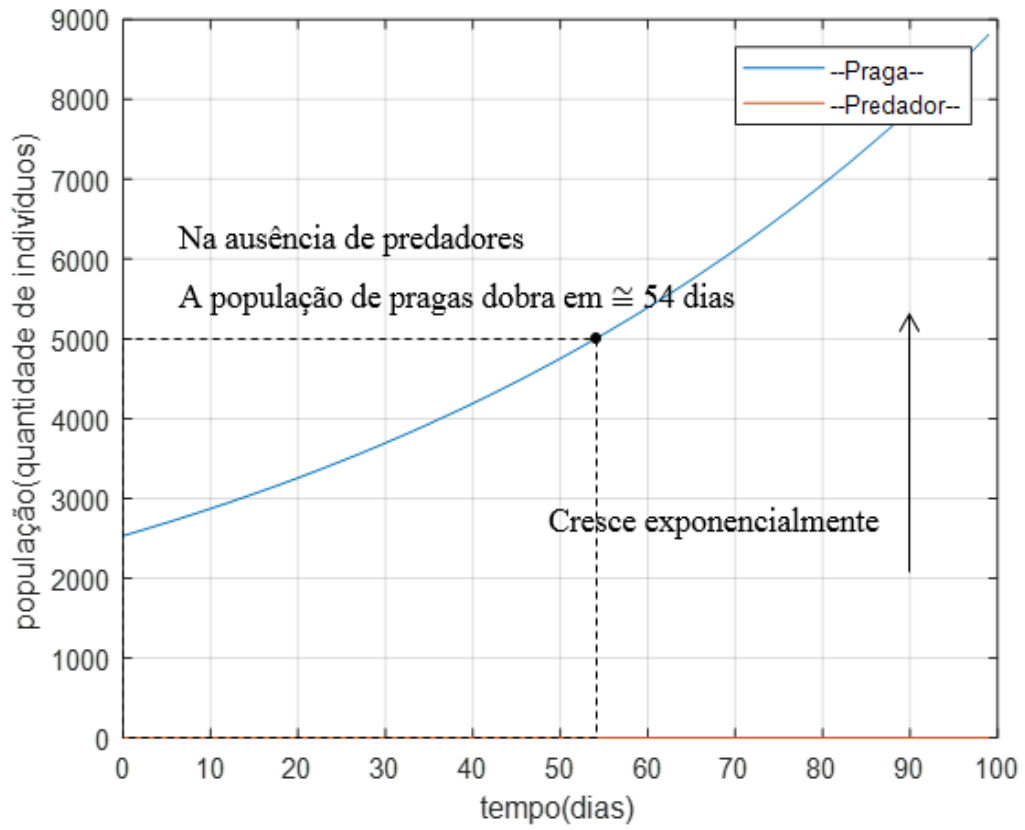


Figura 15. Simulação com $S = 2500$ e $C = 0$, considerando-se 300 ovos, ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes* e ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 70 dias.

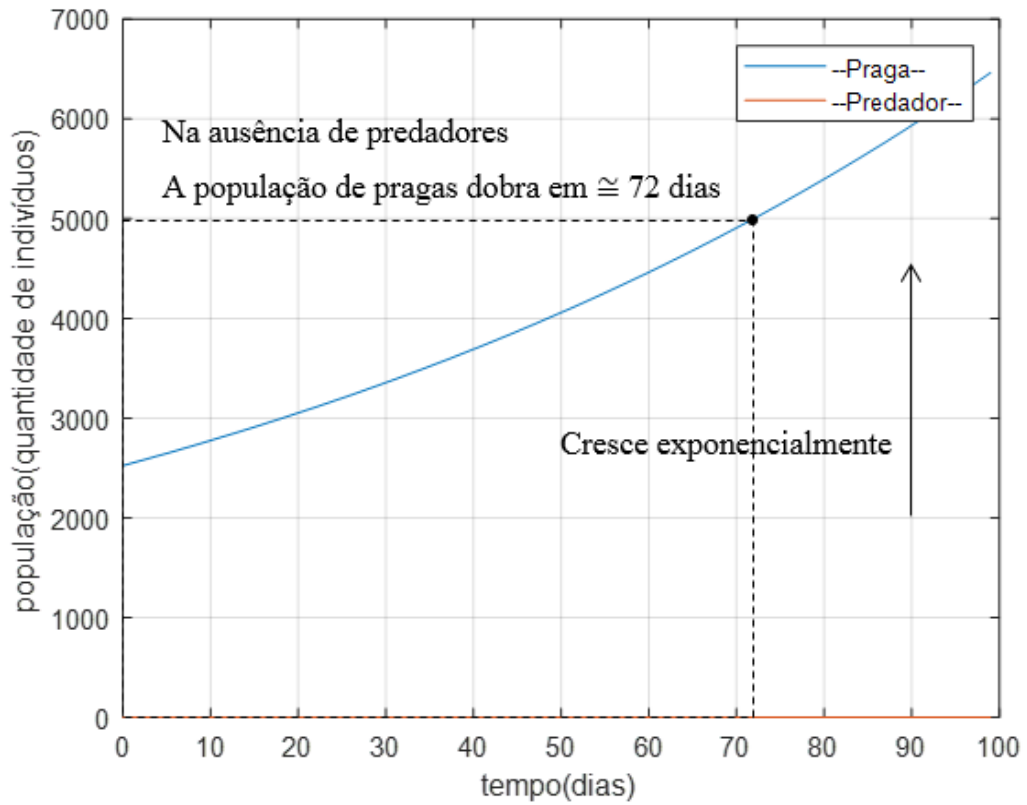


Figura 16. Simulação com $S = 0$ e $C = 6000$, considerando-se 600 ovos, ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes* e ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias.

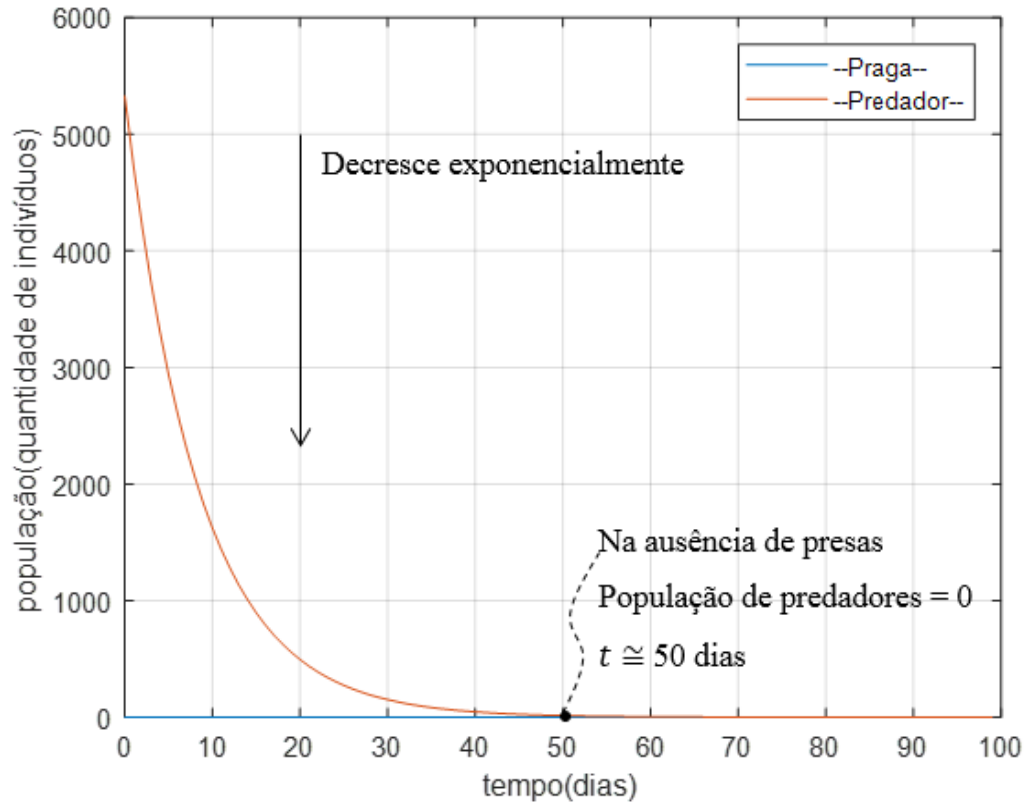


Figura 17. Simulação com $S = 0$ e $C = 6000$, considerando-se 600 ovos, ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes* e ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 70 dias.

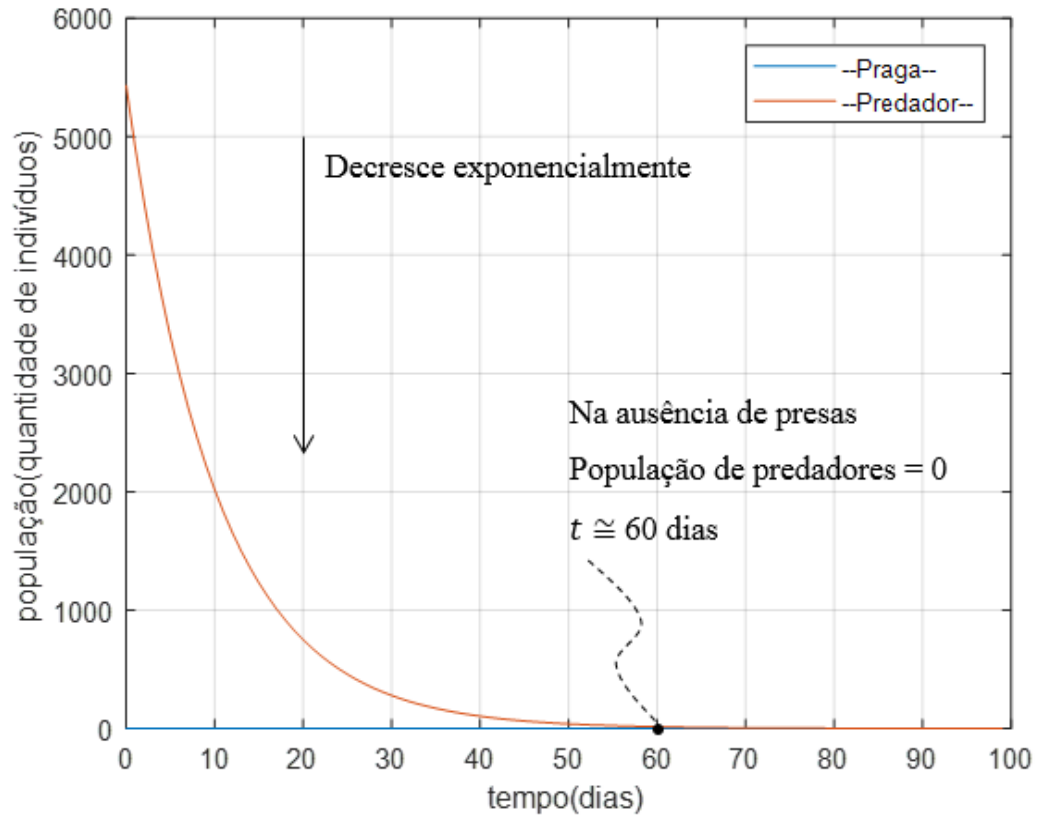


Figura 18. Simulação com $S = 2500$ e $C = 0$, considerando-se 600 ovos, ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes* e ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias.

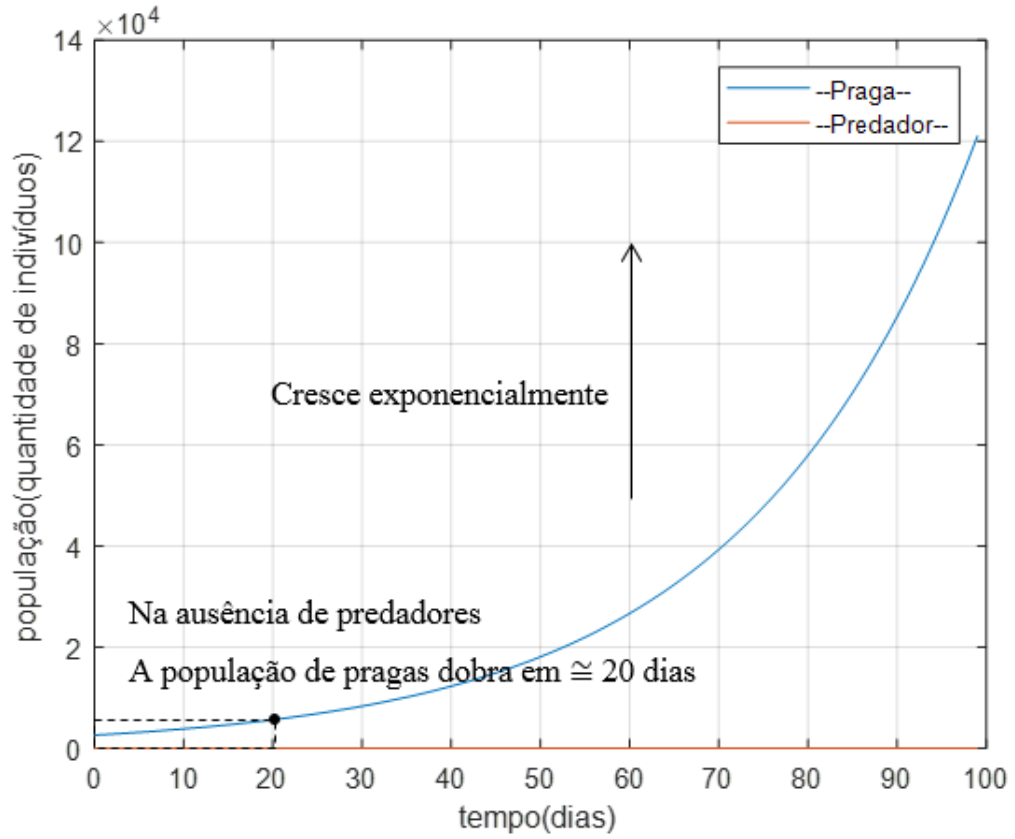
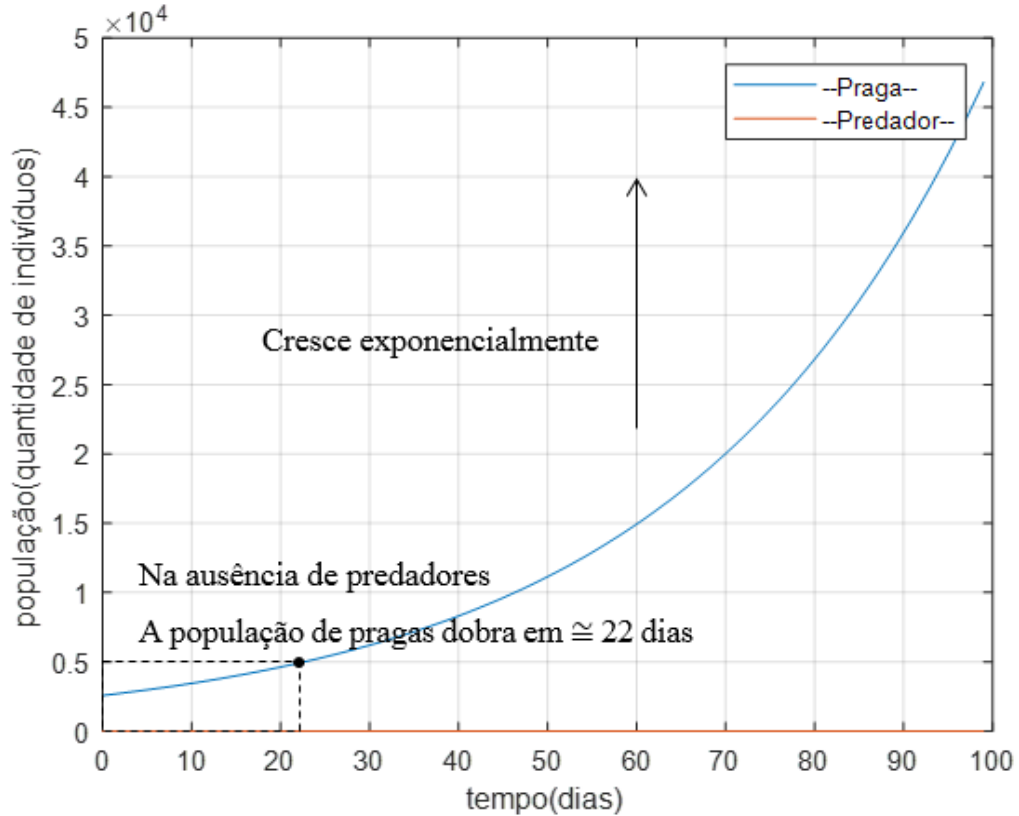


Figura 19. Simulação com $S = 2500$ e $C = 0$, considerando-se 600 ovos, ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes* e ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 70 dias.



Nas Figuras 20, 21, 22 e 23, constam as simulações sobre a evolução temporal das condições do ponto de equilíbrio de cada sistema de equações.

Observou-se na Figura 20 que a população da broca oscila menos que a população da Cotesia. Nas Figuras 21, 22 e 23 observa-se que as populações ficam estáveis, com leves oscilações, próximo a uma reta contínua. Na Figura 22, descreve-se o melhor comportamento, pois com um número menor de Cotesia (990), proporcionou-se população de 1278 pragas, quase constante. As equações que simularam a Figura 22 são as de números XXXIV e XXXV.

Figura 20. Simulação com $S = 1278$ e $C = 1248$, ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias e 300 ovos.

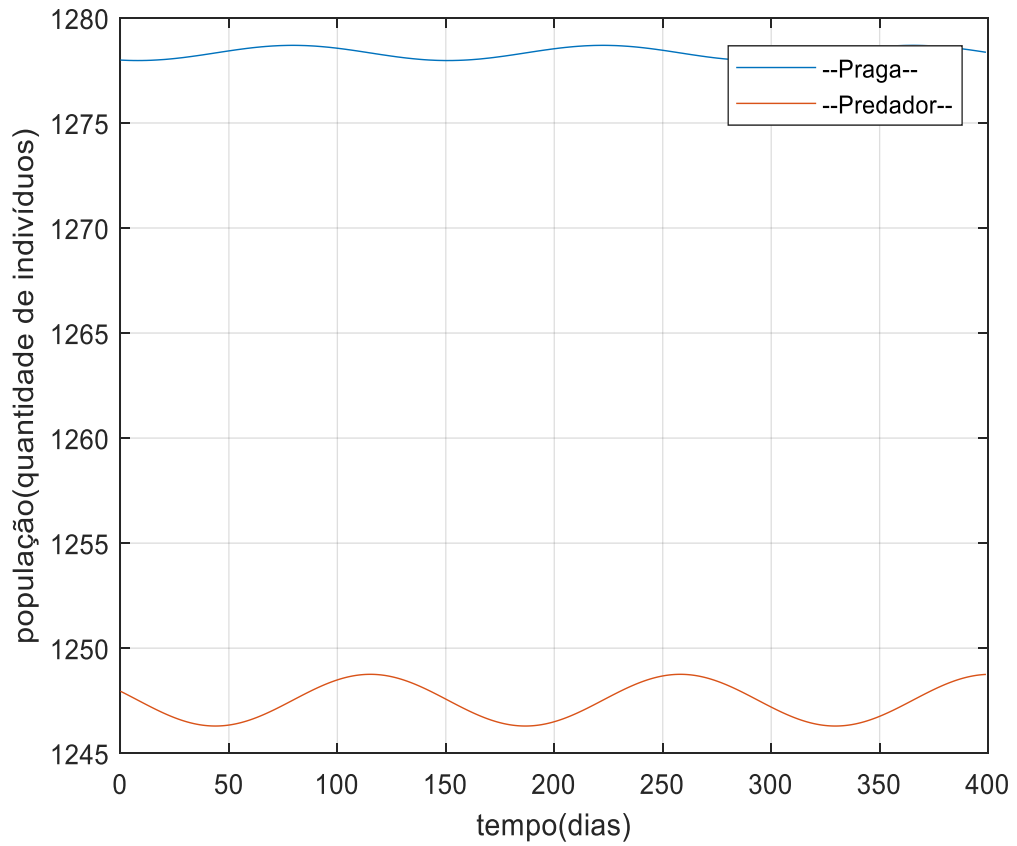


Figura 21. Simulação com $S = 1121$ e $C = 2676$, ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias e 600 ovos.

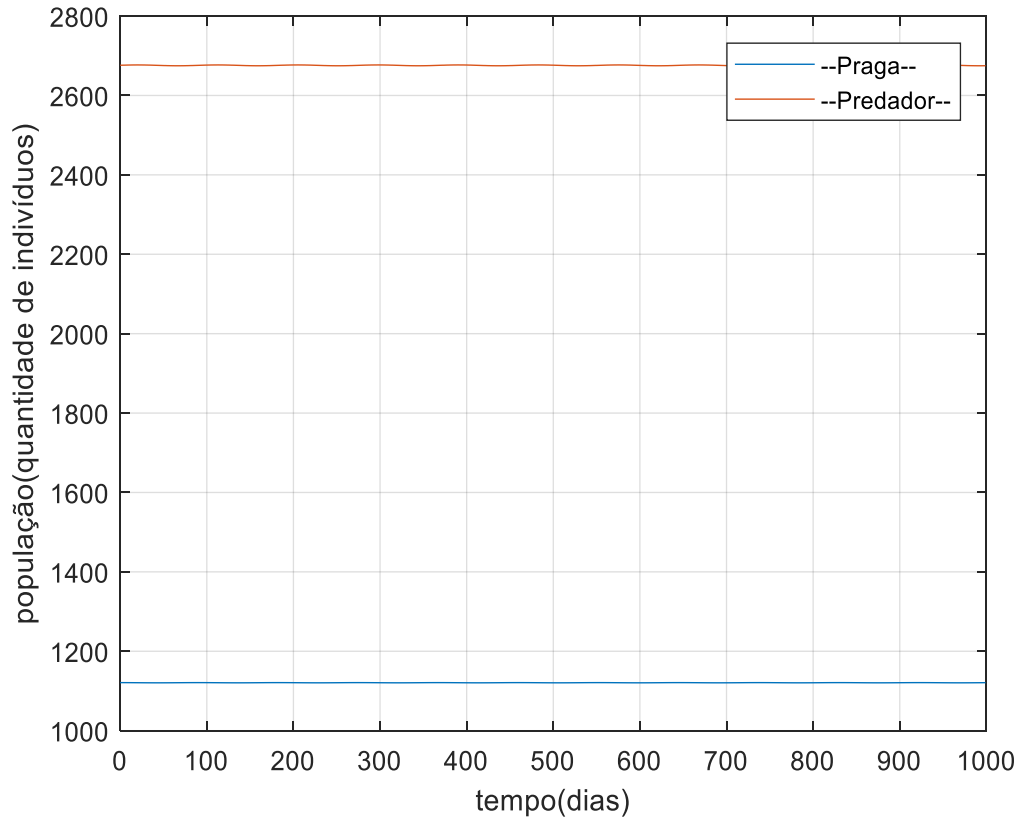


Figura 22. Simulação com $S = 1278$ e $C = 990$, ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 70 dias e 300 ovos.

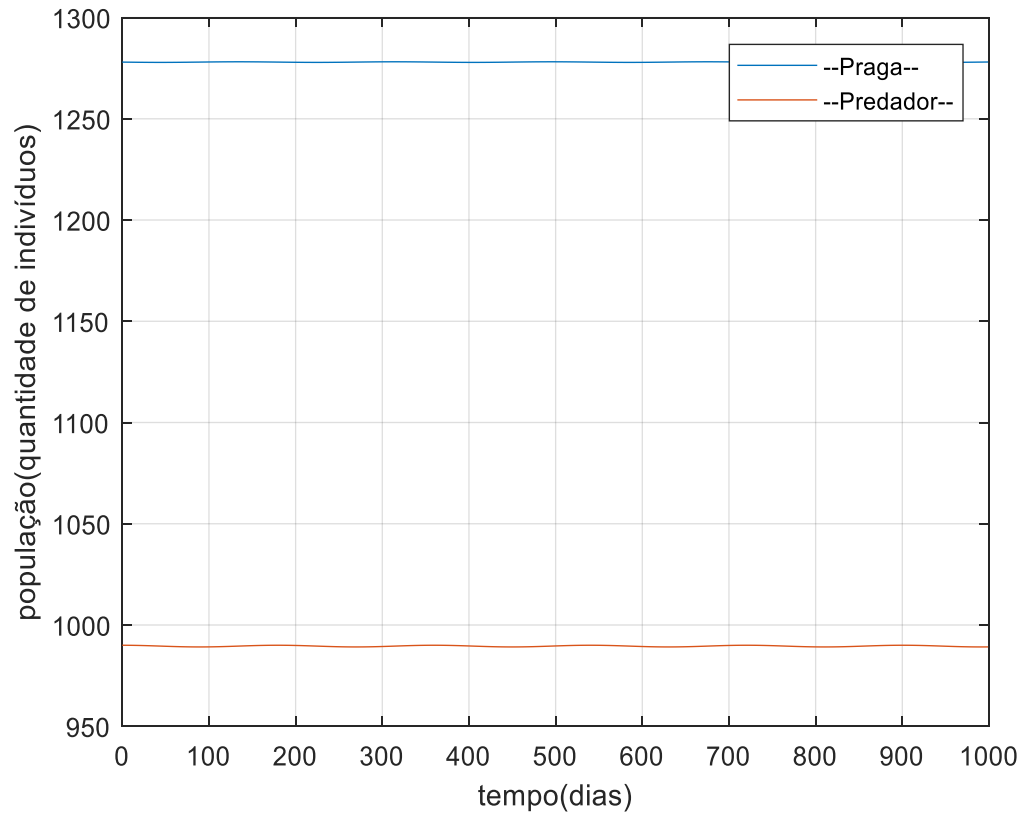
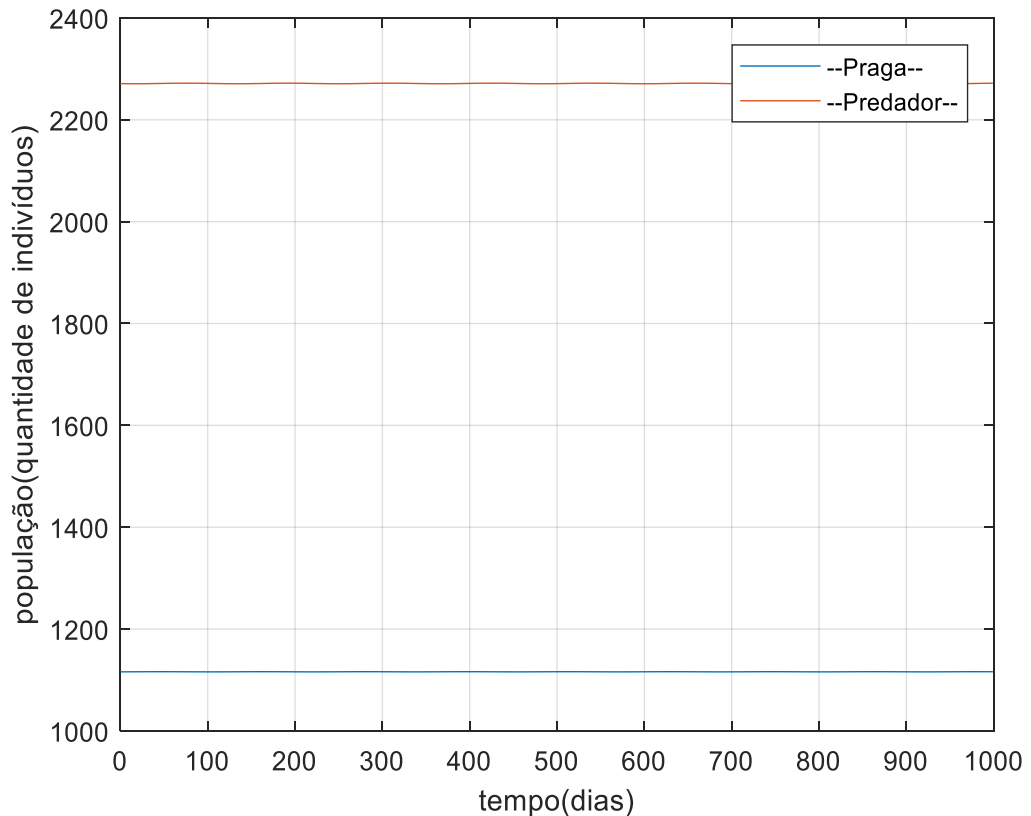


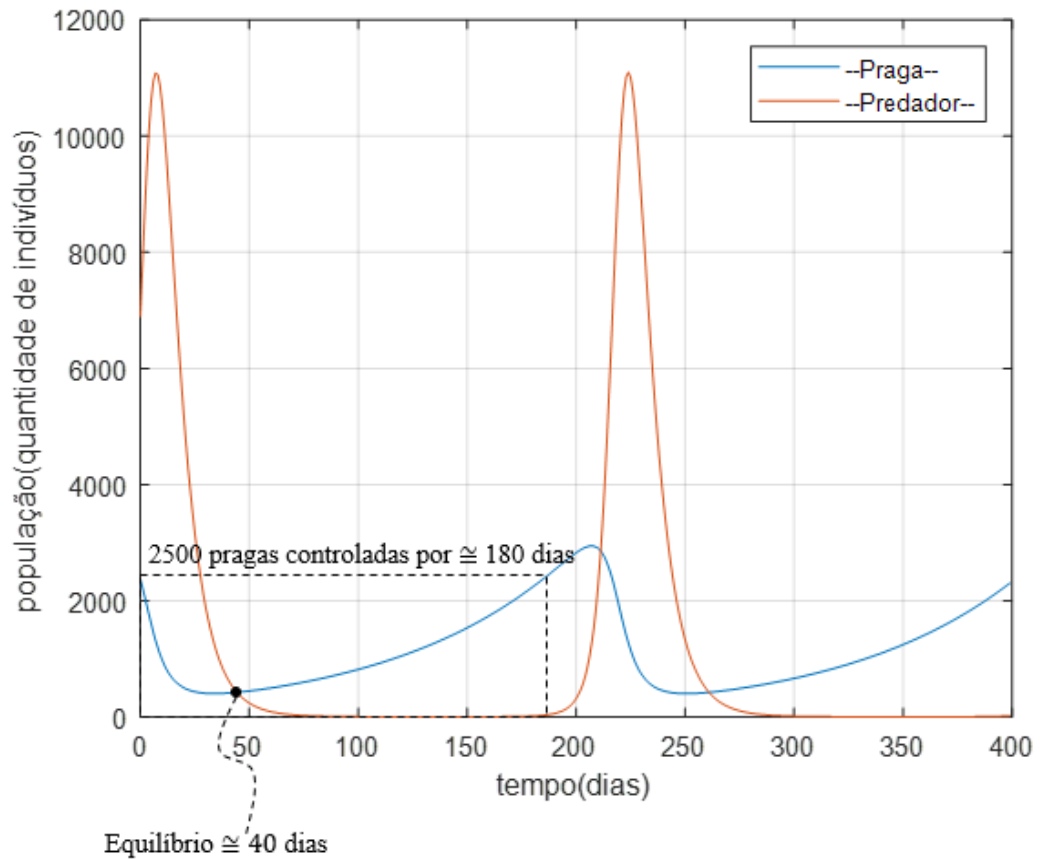
Figura 23. Simulação com $S = 1116$ e $C = 2271$, ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 70 dias e 600 ovos.



As Figuras 24, 25, 26 e 27 referem-se as simulações para $S = 2500$ e $C = 6000$. Araújo et. al. (1984) indicam que uma população de 6 mil indivíduos de *C. flavipes* é capaz de controlar 2,5 mil indivíduos de *D. saccharalis* por hectare.

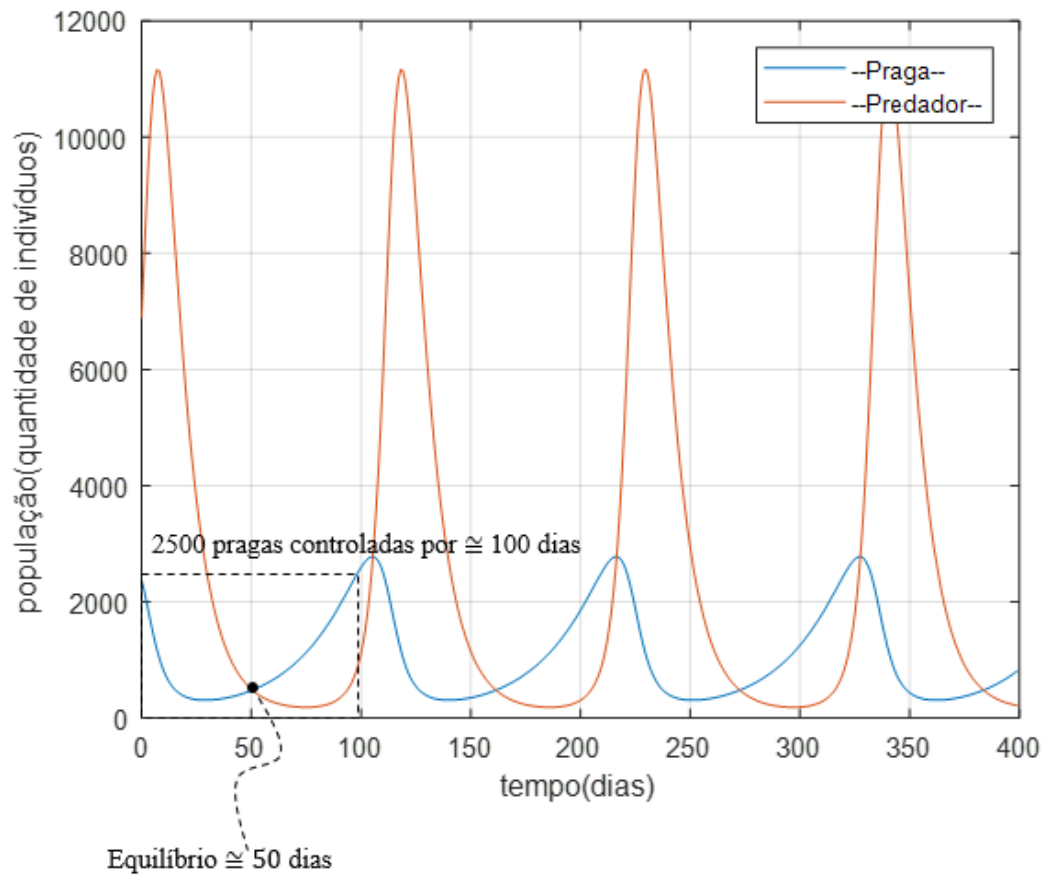
Observou-se na Figura 24, que em menos de 50 dias há um equilíbrio entre o número de espécies e que, a população da praga (*Saccharalis*) volta ser igual a 2500, quando o tempo for menos que 200 dias, aproximadamente 180 dias, nessa situação, 2500 pragas está controlada por 180 dias, apenas depois desse período a população da praga irá superar o número inicial de 2500 brocas, Figura 25.

Figura 24. Simulação para ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias e 300 ovos.



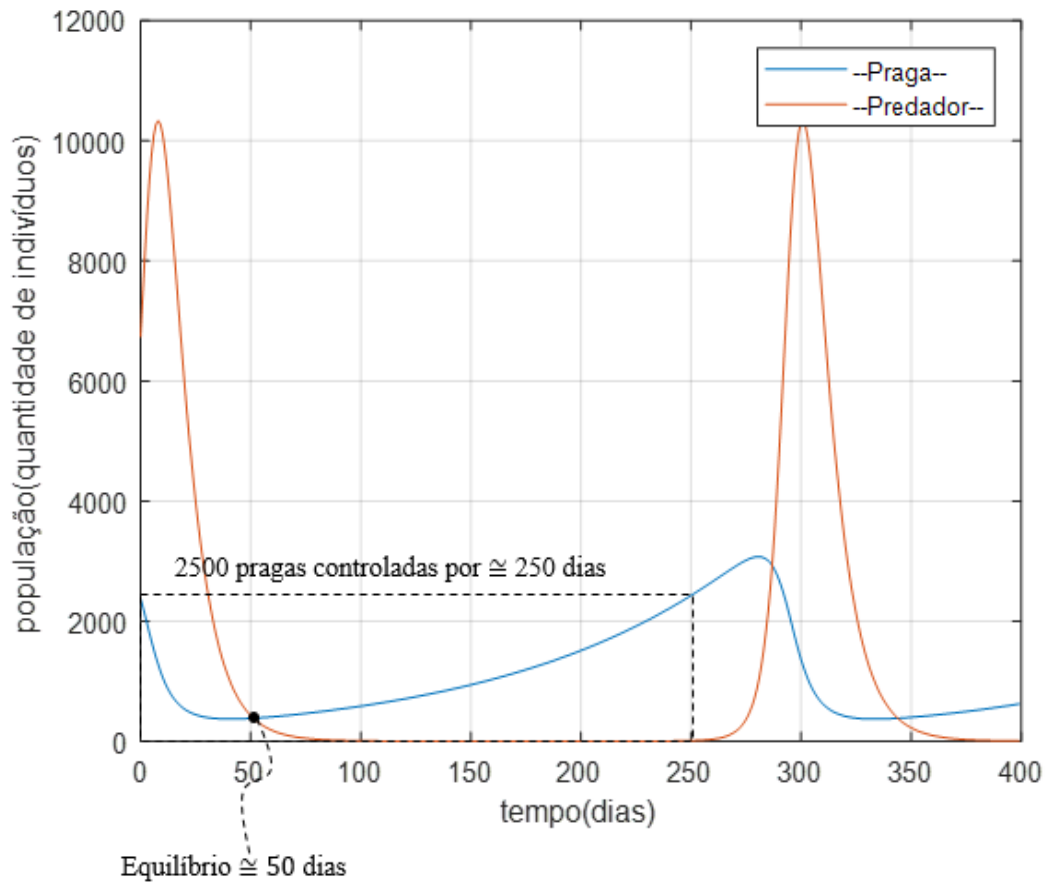
Na Figura 25, notou-se que em 50 dias há um equilíbrio entre as populações e que, a população da praga (*Saccharalis*) volta ser igual ao número inicial (2500) quando o tempo for aproximadamente 100 dias. Depois de 100 dias, a população de brocas será superior a 2500.

Figura 25. Simulação para ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias e 600 ovos.



Na Figura 26, notou-se que em 50 dias há um equilíbrio entre as populações. A população da praga fica controlada por 250 dias, após esse período a população inicial (2500) é superada.

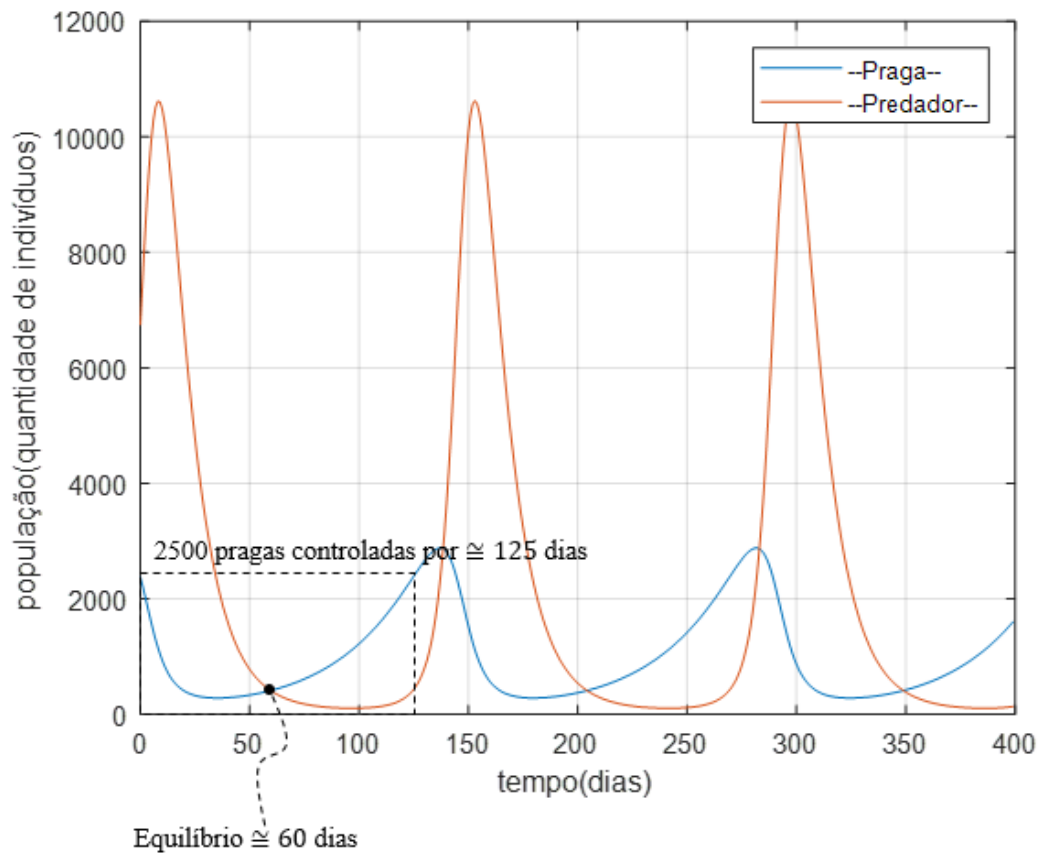
Figura 26. Simulação para ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 70 dias e 300 ovos.



Na Figura 27 é possível visualizar um equilíbrio em torno de 60 dias entre as populações. A população da praga fica controlada por 125 dias, sendo superada após esse período.

Assim, das análises anteriores feitas para $C = 6000$ e $S = 2500$, as equações que melhor descrevem a interação visando o controle da praga, são as que simulam o gráfico da Figura 26, ou seja, as equações XXXIV e XXXV.

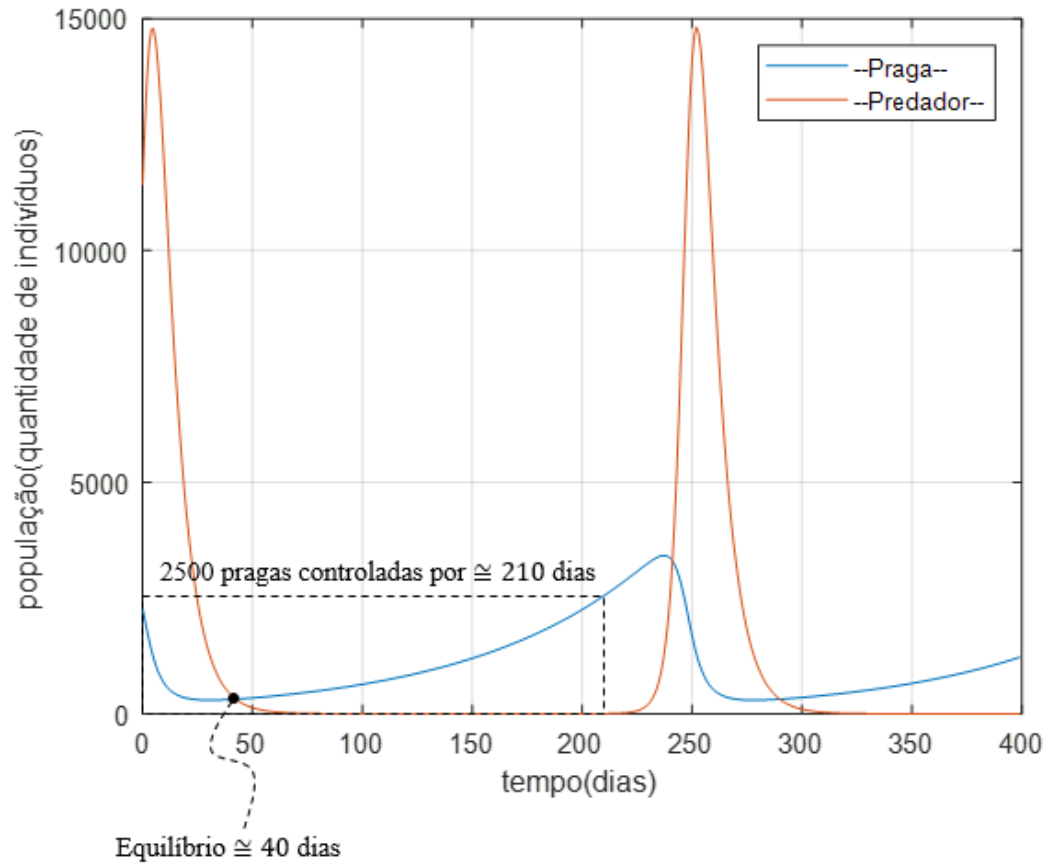
Figura 27. Simulação para ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 70 dias e 600 ovos.



Para mais estudos do comportamento de cada modelo, foram simulados para $S = 2500$ e $C = 10000$ (Figuras 28 a 31). Também obtiveram-se simulações para $S = 2500$ e $C = 20000$ (Figuras de 32 a 35).

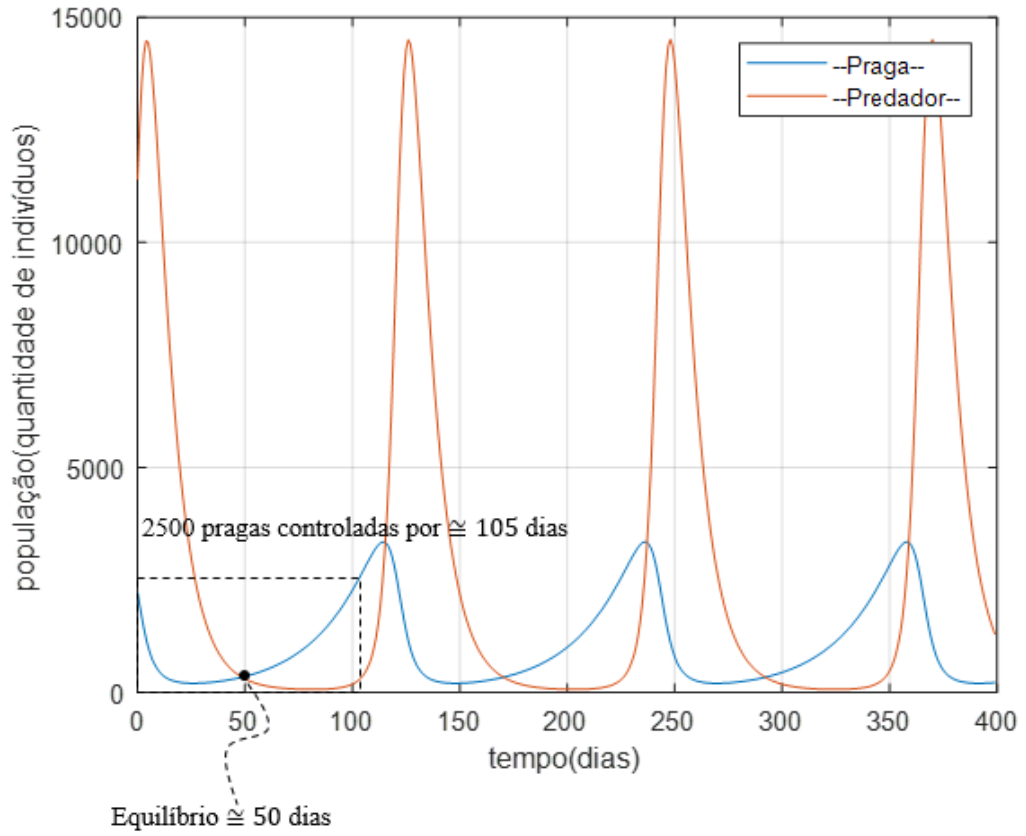
Na Figura 28, observa-se que a população da praga fica controlada por 210 dias, sendo superada após esse período.

Figura 28. Simulação para ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias e 300 ovos.



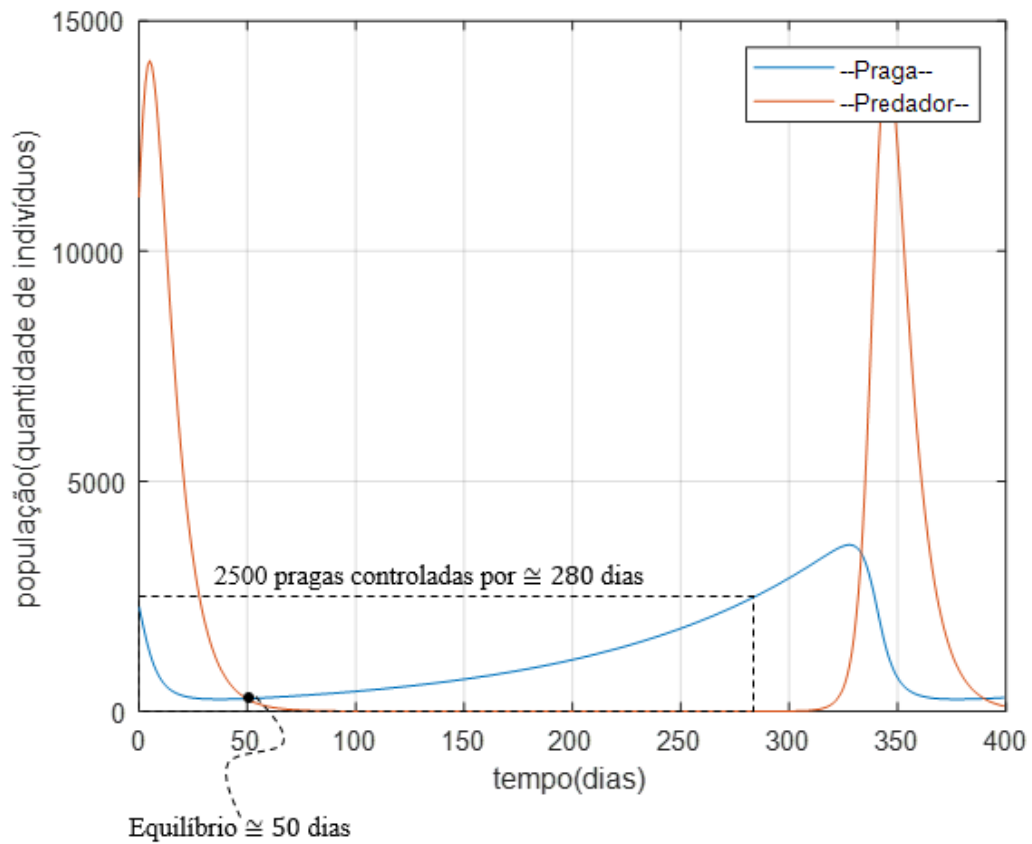
Pela Figura 29, nota-se que em pouco mais de 105 dias a população da praga (*Saccharalis*) volta ser igual ao número inicial e depois supera o valor de 2500 parasitóides.

Figura 29. Simulação para ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias e 600 ovos.



Notou-se na Figura 30 que a população da praga fica igual ou inferior ao valor inicial (2500) por aproximadamente 280 dias.

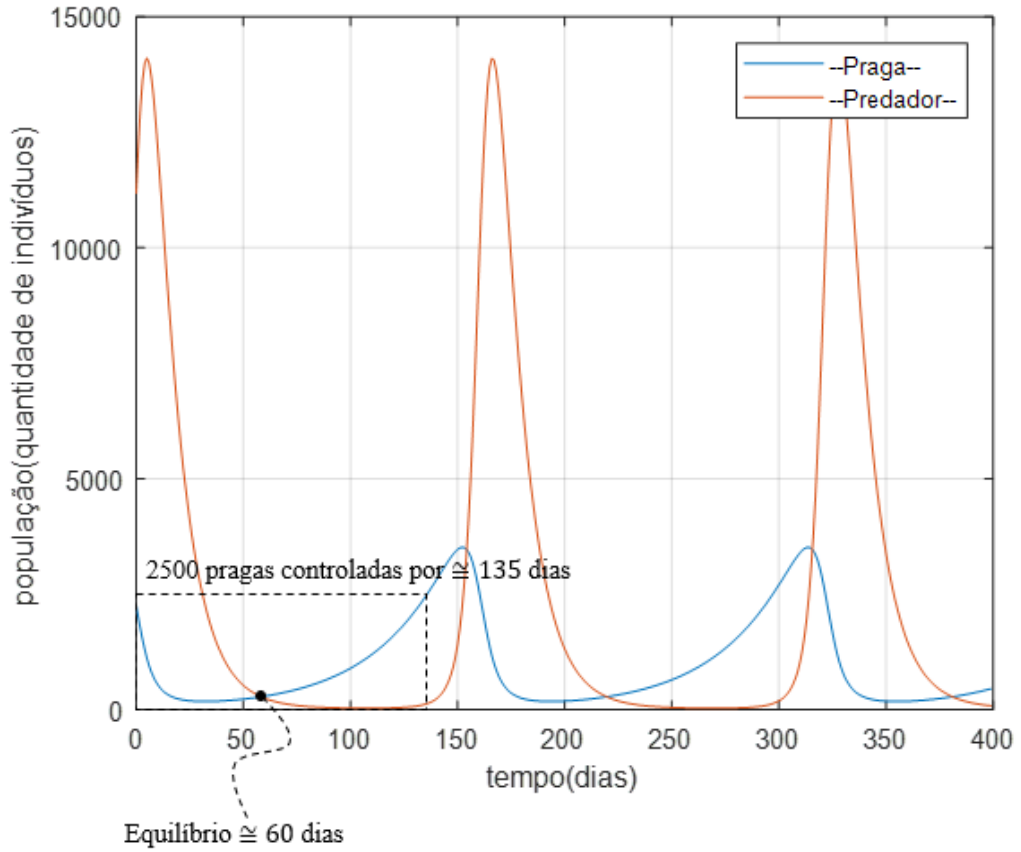
Figura 30. Simulação para ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 70 dias e 300 ovos.



Notou-se na Figura 31, que a população da praga fica igual ou inferior a 2500, durante aproximadamente 135 dias.

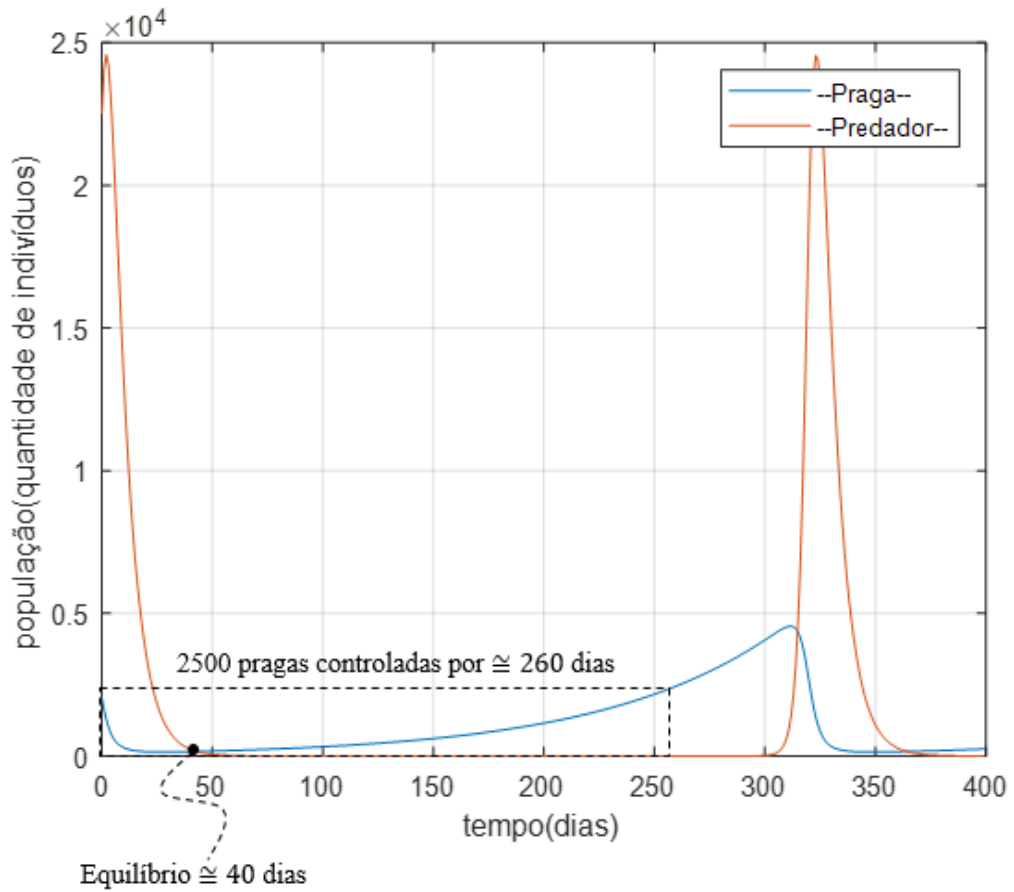
Assim, depois das análises feitas para $C = 10000$ e $S = 2500$, as equações que melhor descrevem a interação visando o controle da praga, são as que simulam o gráfico da Figura 30, ou seja, as equações XXXIV e XXXV.

Figura 31. Simulação para ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 70 dias e 600 ovos.



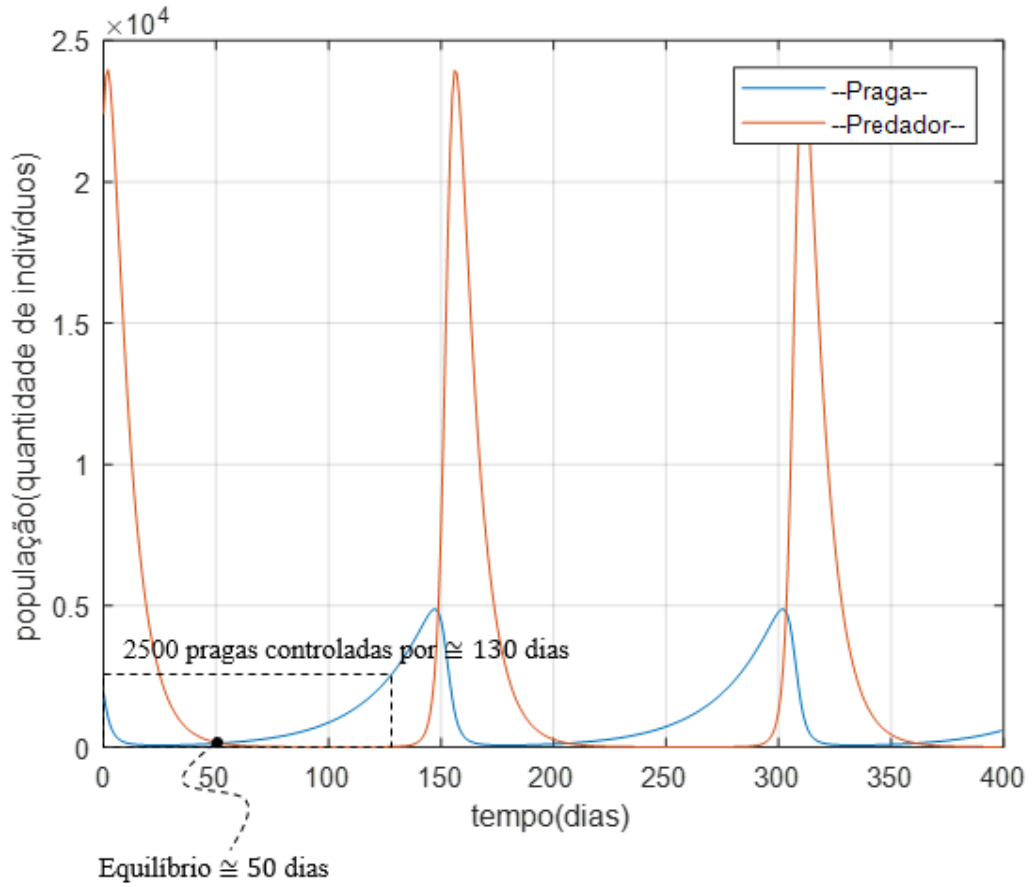
Observou-se na Figura 32, que a população da praga fica igual ou inferior a 2500, durante aproximadamente 260 dias.

Figura 32. Simulação para ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias e 300 ovos.



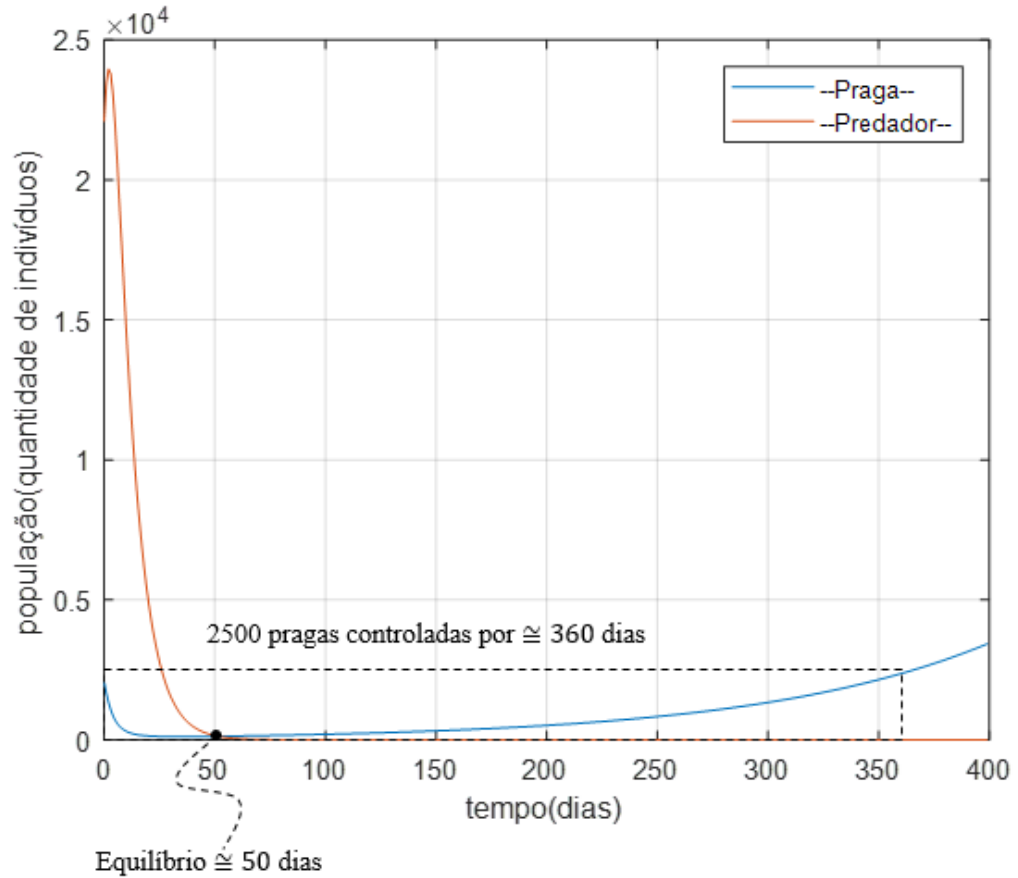
Pela Figura 33, observou-se que a população da broca se mantém inferior a 2500, durante aproximadamente 130 dias.

Figura 33. Simulação para ciclo de vida de 20 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 53 dias e 600 ovos.



Na Figura 34, observa-se que a população da *D. saccharalis* se mantém inferior a 2500 durante aproximadamente 360 dias.

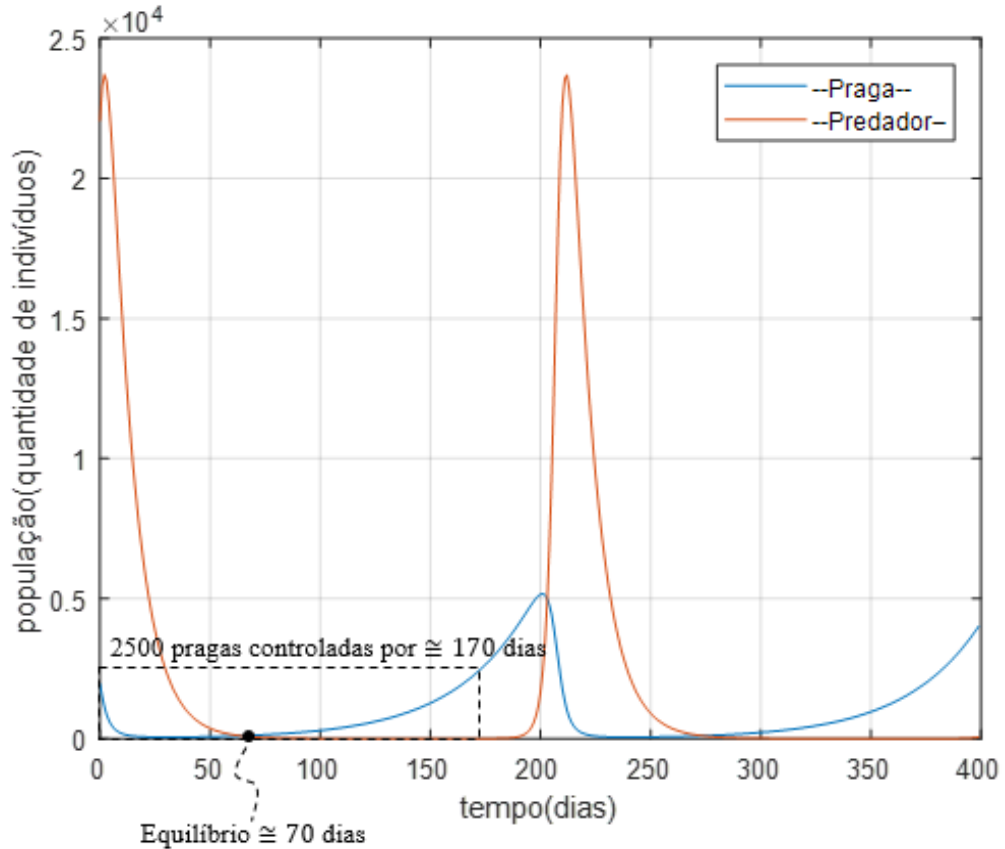
Figura 34. Simulação para ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 70 dias e 300 ovos.



Pela Figura 35, nota-se que por aproximadamente 170 dias a população da praga (*Saccharalis*) ficou menor ou igual ao número inicial, e depois supera o valor 2500.

Novamente, as equações XXXIV e XXXV descrevem uma simulação melhor, visando o controle da praga, sendo $S = 2500$ e $C = 20000$.

Figura 35. Simulação para ciclo de vida de 24 dias da *C. flavipes*, ciclo de vida da *D. saccharalis* igual a 70 dias e 600 ovos.



O sistema de equações a seguir, representa a melhor em relação ao estudo feito neste trabalho.

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = (0,0095)S - (0,0000096)SC \\ \frac{dC}{dt} = -(0,1278)C + (0,0001)SC \end{cases}$$

O sistema de equações dado pelas equações XXXIV e XXXV, apresentou os pontos de equilíbrio (0,0) e (1278,990) e o período de oscilação de aproximadamente 180 dias. Assim, o sistema apresentou os melhores resultados para todas as análises.

Para $S = 2500$ e $C = 6000$, apresentou um controle por aproximadamente 250 dias. Para $S = 2500$ e $C = 10000$ um controle por aproximadamente 280 dias e para $S = 2500$ e $C = 20000$ por aproximadamente 360 dias.

Se considerar o ciclo da cana-de-açúcar de 12 meses. Uma nova soltura da *C. flavipes* poderá ser feita para os dois casos, $S = 2500$ e $C = 6000$ e para $S = 2500$ e $C = 10000$. Isso é necessário para evitar que a população da *D. saccharalis* supere o limiar econômico de 2500 brocas/ha (PARRA; BOTELHO; CORRÊA-FERREIRA, 2002). No entanto, as simulações mostraram que quanto maior for a liberação de parasitóides para controlar 2500 pragas, maior será a amplitude, assim as perdas aumentam. Levando-se em consideração as diferenças entre as informações bibliográficas, é importante que as variáveis e coeficientes das equações (parâmetros) sejam observados, estudados e ajustados para determinadas situações específicas.

5 CONCLUSÃO

1. A simulação computacional através do MATLAB e as equações de Lotka-Volterra foram determinantes para obtenção da melhor relação entre predadores e pragas no controle biológico da broca da cana de açúcar.
2. O sistema de equações que apresentou os resultados mais eficientes indicou que para o controle de 2500 pragas são necessários 6000 predadores.
3. Com o aumento na quantidade de predadores em 75%, ocorreu aumento no tempo de controle em 10%; já com o aumento de 233,33% na quantidade de predadores, ocorre um aumento de 44% do tempo no controle da praga.

6 REFERÊNCIAS

AGRO, G. **GLOBO.COM**, 2019. Disponível em:

<<https://g1.globo.com/economia/agronegocios/noticia/2018/09/05/brasil-deve-perder-lideranca-na-producao-de-acucar-para-india.ghtml>>. Acesso em: 17 janeiro 2019.

AGROLINK. **Pragas de cana-de-açúcar: descrição e controle**, 2006. Disponível em:

<https://www.agrolink.com.br/agrolinkfito/artigo/pragas-de-cana-de-acucar--descricao-e-controle_47787.html>. Acesso em: 19 Outubro 2018.

AGROLINK. **Broca do colmo**, 2018. Disponível em:

<https://www.agrolink.com.br/problemas/broca-do-colmo_375.html>. Acesso em: 19 Outubro 2018.

AGUIRRE, L. A. **Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares**. Belo Horizonte: UFMG, 2007.

ALMEIDA, L. C.; STINGEL, E. **Curso de monitoramento e controle de pragas da cana-de-açúcar**. Piracicaba - SP: Centro de Tecnologia Canavieira, 2005. p. 32.

AMBROSANO, G. M. B.; STIMAC, J. L.; NETO, S. S. E. A. Modelo matemático para simulação do controle biológico da broca-da-cana com o parasitoide *Trichogramma galloi*: I. Modelos conceituais. **Bragantia**, v. 55, n. 2, p. 371-382, 1996.

ANCHESCHI, J. G.; CANINI, F. L. S.; PINTO, A. D. S. **Efeito de alta temperatura na emergência de adultos de *Cotesia flavipes***. In: SIMPÓSIO DE PRODUÇÃO CIENTÍFICA. Ribeirão Preto: CUMML, 2009.

ARAÚJO, J. R. et al. Influência do número de Apanteles flavipes na eficiência de controle da broca da cana-de-açúcar, *Diatraea saccharalis*. **Cadernos Planalsucar**, v. 1, n. 1, p. 12, 1984.

ARRIGONI, E. D. B. Estudos sobre resistência da cana à broca em telado. **V. Boletim Técnico Copersucar**, v. 48, n. 1, p. 5-31, 1989.

BASSANESI, R. C. **Modelagem Matemática**. Universidade Federal do ABC. [S.l.], p. 70. 2013.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 4. ed. São Paulo-SP: Contexto, 2014. 380 p.

BESSA, G. R. **Teoria da estabilidade de equações diferenciais ordinárias e aplicações modelo presa-predador e competição entre espécies**. Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Rio Claro - SP, p. 95. 2011.

BOTELHO, P. S. M. **Tabela de vida ecológica e simulação da fase larval de *Diatraea saccharalis* (Fabricius 1794) (Lepidoptera: Pyralidae)**. ESALQ/USP. Piracicaba-SP, p. 110. 1985.

BOTELHO, P. S. M.; MACEDO; PARRA, J. R. P. **Controle biológico no Brasil: parasitoides e predadores**. São Paulo: Manole, 2002. p. 409-425.

CANAOESTE. **Pragas na Cana**, 2013. Disponível em:
<<http://canaoeste.com.br/conteudo/pragas-na-cana>>. Acesso em: 19 Outubro 2018.

CONAB. Safra 2018/19. **Acompanhamento da safra Brasileira**, Brasília - DF, v. 5, p. 62, Maio 2018. ISSN 23187921.

CORRÊA, S. T. R.; DOURADO-NETO, D.; LORENCONI, R. E. A. Aplicações e limitações da modelagem em agricultura - Revisão. **Revista de Agricultura**, v. 86, n. 1, p. 1-13, 2011.

CRUZ, I. **A broca da cana-de-açúcar, *Diatraea saccharalis*, em milho, no Brasil**. Sete Lagoas, MG: Embrapa Milho e Sorgo, 2007. p. 12.

CRUZ, I. **Manual de identificação de pragas do milho e de seus principais agentes de controle biológico**. Brasília, DF: Embrapa Informação Tecnológica, 2008. p. 192.

CRUZ, I. **Lepidoptera como Pragas de Milho**. Documentos / Embrapa Milho e Sorgo, 2010. Disponível em: <<http://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/item/31231/1/doc->>. Acesso em: 18 Setembro 2018.

CRUZ, I. **Pragas do Colmo** - Broca da cana-de-açúcar, *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) (Lepidoptera, Pyralidae), 2016. Disponível em: <<http://panorama.cnpms.embrapa.br/insetospraga/identificacao/pragas-do-colmo/pragas-do-colmo-broca-da-cana-deacucar-diatraea-saccharalis-fabricius-1794-lepidoptera-pyralidae>>. Acesso em: 10 Julho 2018.

CTC, 2016. Disponível em: <<http://new.ctc.com.br/causando-prejuizo-bilionario-broca-da-cana-e-um-dos-maiores-problemas-das-usinas/>>. Acesso em: 15 Setembro 2018.

CUMPRERURAL. Brasil, maior produtor de cana de açúcar do mundo seguido pela Índia, 2018. Disponível em: <<https://www.comprerural.com/brasil-maior-produtor-de-cana-de-acucar-do-mundo-seguido-pela-india>>. Acesso em: 30 Agosto 2018.

DINARDO-MIRANDA, L. L.; ANJOS, I. A. D.; COSTA, V. P. D. E. A. Resistance of sugarcane cultivars to *Diatraea saccharalis*. *Pesq. agropec. bras.*, v. 47, n. 1, p. 1-7, 2012.

DINARDO-MIRANDA, L. L.; FRACASSO, J. V.; ANJOS, I. A. D. **Influência da infestação de *Diatraea saccharalis* (Fabr.) sobre parâmetros tecnológicos da cana-de-açúcar**. *Bragantia*, v. 71, n. 3, p. 342-345, 2012.

DINARDO-MIRANDA, L. L.; VASCONCELOS, A. C. M.; LANDELL, M. G. A. **Cana-de-açúcar**. Campinas - SP: Instituto Biológico, 2008. p. 349-404.

EMBRAPA. **A Broca da cana-de-açúcar**. Embrapa Cnptia, 2009. Disponível em: <<https://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/bitstream/doc/747870/1/brocacana2.pdf>>. Acesso em: 31 mar. 2018.

FAPESP. FAPESP na Mídia, 2010. Disponível em: <<https://bv.fapesp.br/namidia/noticia/41775/pragas-podem-infestar-canavial/>>. Acesso em: 19 Outubro 2018.

FERNANDES, A. C. **Cálculos na Agroindústria de Cana-de-Açúcar**. Piracicaba, SP.: STAB, 1990.

FERREIRA, C. A. D. S. **Intensidade de infestação de *Diatraea saccharalis* (FABRICIUS, 1794) (LEPIDOPTERA: CRAMBIDAE) na qualidade tecnológica de variedades de cana-de-açúcar, em Goiás**. Universidade Federal de Goiás. Goiânia - GO, p. 80. 2013.

FILHO, F. X. D. O. **Análise espacial da compactação do solo em área cultivada com cana-de-açúcar**. Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Mossoró-RN, p. 108. 2014.

FILHO, J. O.; MACEDO, N.; TOKESHI, H. Seja o doutor do seu canavial. Arquivo do Agrônomo, p. 17, Setembro 1994.

FREIRE, R. M.; PREGNOLATTO, S.; WALDER, J. M. M. **Modelagem matemática aplicada ao controle biológico de *Ceratitis capitata* Wiedemann (Diptera: Tephritidae) por *Diachasmimorpha longicaudata* Ashmed 76 (Hymenoptera: Braconidae) em Citrus**. *Neotrop. Entomol*, v. 34, n. 2, p. 281-289, 2005.

GALLO, D.; NAKANO, O.; WIENDL, F. M. **Entomologia Agrícola**. Piracicaba: Agronômica Ceres, 2002.

GARCIA, F. H. S. **Dinâmica temporal do estado fisiológico de cana-de-açúcar sob déficit hídrico**. Universidade Federal de Lavras. Lavras-MG, p. 57. 2015.

GARCIA, J. F. **Manual de identificação de pragas**, 2016. Disponível em: <https://www.fmcagricola.com.br/portal/manuais/pragas_cana/files/assets/common/downloads/publication.pdf>. Acesso em: 19 Outubro 2018.

GASPARIN, E. **Otimização econômica com análise dos riscos na produção agrícola de uma propriedade rural do oeste paranaense**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Medianeira - PR, p. 99. 2018.

GLOBORURAL. **Globo rural**, 2018. Disponível em:

<<https://revistagloborural.globo.com/Noticias/Agricultura/Cana/noticia/2017/11/mundo-deve-produzir-1849-milhoes-de-toneladas-de-acucar-diz-usda.html>>. Acesso em: 18 Outubro 2018.

GOES, T.; MARRA, R.; SILVA, S. G. Setor sucroalcooleiro no Brasil: Situações e perspectivas. **Revista canavieiros**, Sertãozinho-SP, v. XVII, n. 2, p. 39-51, abril, maio, junho 2008. ISSN 14134969.

HAYWARD, K. J. A. **Broca da cana-de-açúcar. Brasil Açucareiro**. Rio de Janeiro: [s.n.], v. 22, 1943.

HENRIQUES, M. T. D. M. **Produção e razão sexual de Cotesia flavipes (Hymenoptera: Braconidae) em lagartas de Diatraea saccharalis (Lepidoptera: Pyralidae) com diferentes temperaturas e alimentação**. Centro Universitário de Caratinga. Caratinga-MG, p. 64. 2007.

HOPPENSTEADT, F. C. **Mathematical Theories of Populations: Demographics, Genetics and Epidemics**. New York : University, 1975.

HOPPENSTEADT, F. C.; PESKIN, C. S. **Mathematics in Medicine and the Life Science**. New York: Spring-Verlage, 1992. 252 p.

JUNIOR, J. A. D. S. R. **Diatraea saccharalis (Fabr.) (Lepidoptera: Crambidae) E Mahanarva fimbriolata (Stal) (Hemiptera: Cercopidae) em cana-de-açúcar: Impacto na qualidade da matéria-prima, açúcar e etanol**. Universidade estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” Faculdade de ciências agrárias e veterinárias. Jaboticabal - SP, p. 110. 2012.

LOPES, G. P.; CRUZ, I.; FIGUEIREDO, M. D. L. C. E. A. **Efeito da temperatura noturna sobre o desenvolvimento e biologia de Diatraea saccharalis**. IN: XII CONGRESSO DE ECOLOGIA DO BRASIL. Anais. São Lourenço, p. 1-2. 2015.

LOTKA, A. J. **Elements of physical biology**. Baltimore: William and Wilkins, 1925.

LV, J.; WILSON, L. T.; BEUZELIN, J. M. E. A. **Impact of *Cotesia flavipes* (Hymenoptera: Braconidae) as an augmentative biocontrol agent for the sugarcane borer (Lepidoptera: Crambidae) on rice**, v. 56, n. 2, p. 159-169, 2011.

MACEDO, N.; ARAÚJO, J. R. **Efeitos da queima do canavial sobre insetos predadores. Anais da Sociedade Entomológica do Brasil**, Londrina - PR, v. 29, n. 1, p. 79-84, Março 2000.

MACEDO, N.; ARAÚJO, J. R. **Controle biológico da broca da cana-de-açúcar**. Piracicaba: IAA/Planalsucar, 2000. 24 p.

MACEDO, N.; BOTELHO, P. S. M. **Controle integrado da broca da cana-de-açúcar, *Diatraea saccharalis* (Fabr., 1794) (Lepidoptera: Pyralidae)**. Brasil Açucareiro, Rio de Janeiro, v. 106, n. 2, p. 2-14, 1988.

MACEDO, N.; LAVORENTI, N. **Novo método de amostragem de intensidade de infestação da broca da cana-de-açúcar (*Diatraea saccharalis*)**. STAB, v. 22, n. 3, p. 32-41, 2004.

MACHADO, L. A.; HABIB, M. **Perspectivas e impactos da cultura de cana-de-açúcar no Brasil**, 2009. Disponível em: <www.infobibos.com/Artigos/2009_2/Cana/index.htm>. Acesso em: 30 Agosto 2018.

MAGALHÃES, M. L. A.; LEITE, N. M. G. **Equações Diferenciais aplicadas à Dinâmica Populacional**. Anais do Congresso de Matemática Aplicada e Computacional, CMAC. [S.l.]. 2012.

MALTHUS, T. R. **An Essay on the principle of population as it affects the future improvement of society**. London: J. Johnson, in St. Paul's Church-yard, 1798. p. 98.

MANTELATTO, P. E. **Estudo do processo de cristalização de soluções impuras de sacarose de cana-de-açúcar por resfriamento**. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, p. 272. 2005.

MELO, A. B. P.; PARRA, J. R. P. Exigências térmicas e estimativas do número de gerações anuais de broca da cana-de-açúcar em quatro localidades canavieiras de São Paulo. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 23, n. 7, p. 691-695, 1988.

NASCIMENTO, J. B. **Diversidade genética estrutura populacional de *Diatraea saccharalis* (Fabricius) (Lepidoptera: Crambidae) nas culturas do arroz (*Oryza sativa* L.) e cana-de-açúcar (*Saccharum officinarum* L.)**. Universidade Federal de Goiás. [S.l.], p. 77. 2015.

OLIVEIRA, S. A.; SOUZA, D. M. G.; LOBATO, E. (.). Cerrado: correção do solo e adubação. 2. ed. Brasília - DF: **Embrapa Informações Tecnológicas**, 2004. Cap. 10, p. 245-256.

PANNUTI, L. E. D. R.; BALDIN, E. L. L.; GAVA, G. J. D. C. E. A. **Efeitos da fertirrigação sobre a ocorrência e danos de *Mahanarva fimbriolata* (Stål) (Hemiptera: Cercopidae) em cana-de-açúcar**. Arq. Inst. Biol., v. 82, n. 1, p. 1-8, 2015.

PARRA, J. R. P.; BOTELHO, P. S. M. Controle biológico de pragas como um componente-chave para a produção sustentável da cana-de-açúcar. In: Luís Augusto Barbosa Cortez. (Org.). P&D para produtividade e sustentabilidade. In: _____ **Bioetanol de cana-de-açúcar**. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2010. p. 441-450.

PARRA, J. R. P.; BOTELHO, P.; CORRÊA-FERREIRA, B. S. E. A. **Controle biológico no Brasil: Parasitoides e Predadores**. São Paulo: Manole, 2002. p. 1-586.

PINTO, A. D. S.; BOTELHO, P. S. M.; OLIVEIRA, H. N. D. **Guia de campo de pragas e insetos benéficos da cana-de-açúcar**. 2. ed. Piracicaba: CP, 2009. p. 1-160.

PINTO, A. S. et al. Controle Biológico de Pragas na Prática. Piracicaba: [s.n.], 2006. p. 1-287.
PORTELA, G. L. F.; PÁDUA, L. E. D. M.; BRANCO, R. T. P. C. Flutuação populacional de *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) (Lepidoptera - Crambidae) em cana-de-açúcar no município de União-PI. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, v. 5, n. 3, p. 303-307, 2010.

RODERO, D. P. **Modelagem matemática da interação populacional entre *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) e o parasitoide *Cotesia flavipes* (Cameron, 1891).**

Universidade Federal de São Carlos. Araras, p. 98. 2016.

SANDOVAL, S. S.; SENÔ, K. C. A. Comportamento e controle da *Diatraea saccharalis* na cultura da cana-de-açúcar. **Revista Nucleus**, v. 7, n. 1, p. 1-16, Abril 2010.

SILVA, F. B.; BERGAMASCO, A. F. Levantamento de modelos matemáticos descritos para a cultura de cana-de-açúcar. **Revista Biociências**, v. 1, n. 1, p. 7-14, 2001.

SILVA, F. C.; CESAR, M. A. A. C.; SILVA, C. A. B. **Pequenas indústrias rurais de cana-de-açúcar: melado, rapadura e açúcar mascavo.** Brasília - DF: Embrapa Informações Tecnológica, 2003. 155 p.

SOBRINHO, A. S. D. O. et al. **Modelagem Matemática e Estabilidade de Sistemas.** [S.l.], p. 15. 2010.

TAUPIER, L. O. G.; RODRÍGUES, G. G. A. Cana-de-açúcar. In: ICIDCA. **Manual dos Derivados da Cana-de-Açúcar: diversificação, matérias-primas, derivados do bagaço, derivados do melaço, outros derivados, resíduos, energia.** Brasília - DF: ABIPTI, 1999. Cap. 2, p. 21-27.

TERÁN, F. O.; SÁNCHEZ, A. G.; PRECETTI, A. A. C. M. Estudos sobre resistência da cana à broca em telado – IV. **Boletim Técnico Copersucar**, v. 40, p. 9-14, 1988.

VERHULST, P. F. **Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. Correspondances Mathematiques et Physiques.** 1. ed. [S.l.]: [s.n.], v. 10, 1838. p. 113-121.

VIEIRA, M. C. A. **Setor Sucroalcooleiro Brasileiro: Evolução e Perspectivas**, 2007.

Disponível em:

<http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/export/sites/default/bndes_pt/Galerias/Arquivos/conhecimento/liv_perspectivas/07.pdf>. Acesso em: 30 Agosto 2018.

VOLPE, H. X. L. **Distribuição espacial do parasitismo de *Cotesia flavipes* (Cameron, 1891) (Hymenoptera: Braconidae) em cana-de-açúcar.** Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias. Jaboticabal - SP, p. 67. 2009.

VOLTERRA, V. Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically. **Nature**, v. 118, n. 1, p. 558-560, 1926.

WAQUIL, J. M.; MENDES, S. M.; VIANA, P. A. **Manejo de pragas na cultura do sorgo. Embrapa Milho e Sorgo.** Sistema de Produção, v. 2, 8ª edição, 2012. Disponível em: <http://www.cnpms.embrapa.br/publicacoes/sorgo_8_ed/pragas.htm>. Acesso em: 21 Junho 2018.

WASPWEB. ***Cotesia flavipes* Cameron, 2018.** Disponível em: <http://www.waspweb.org/Ichneumonoidea/Braconidae/Microgastrinae/Cotesia/Cotesia_flavipes.htm>. Acesso em: 19 Outubro 2018.

WIEDENMANN, R. N.; SMITH, J. W. J. **Functional Response of the Parasite *Cotesia flavipes* (Hymenoptera: Braconidae) at Low Densities of the Host *Diatraea saccharalis* (Lepidoptera: Pyralidae).** 4. ed. [S.l.]: Environmental Entomology, v. 22, 1993. p. 849-858.